

**PHILIPPE RAIMBOURG**, est professeur à l'Université Panthéon-Sorbonne et à l'ESCP Europe, *Senior Advisor* associé auprès de BM&A, fondateur du site de conférences [www.ingefi.academy](http://www.ingefi.academy).

# L'évaluation des décotes d'illiquidité<sup>1</sup>

La prise en compte de l'illiquidité lors de l'évaluation d'un produit financier est délicate car la théorie financière présuppose la liquidité des marchés et ne fournit pas directement les outils et les méthodes d'évaluation. Après F. Longstaff qui a utilisé, dès 1995, la valeur d'une option de vente pour valoriser la décote d'incessibilité, S. Ghaidarov a proposé en 2014, une démarche optionnelle un peu modifiée. Explications.

Les méthodes de valorisation des instruments financiers supposent généralement que ces derniers soient parfaitement échangeables, c'est-à-dire que le détenteur puisse réaliser sa plus-value (si elle existe !) à toute date de son choix. Cette même caractéristique de libre négociabilité autorise la construction d'un portefeuille d'arbitrage en vue de valoriser des produits optionnels. Or, la liquidité d'un titre est toujours toute relative. Si on la définit comme la possibilité pour un porteur de vendre l'intégralité de son portefeuille à tout moment de son choix sans risquer de voir les prix chuter, un marché peut apparaître comme liquide pour des porteurs faiblement investis et relativement illiquide pour d'autres. En outre, la volatilité observée sur les marchés peut évoluer par sauts lorsque des transactions importantes sont observées. Dans de tels cas de relative illiquidité, il est usuel d'intégrer une décote d'illiquidité lors de la valorisation du produit. L'illiquidité peut aussi parfois être organisée, les contrats d'émission stipulant que les porteurs n'auront pas l'autorisa-

tion de vendre le produit pendant une période donnée. Il s'agit le plus souvent de produits réservés à certains investisseurs (les dirigeants) tenus à une certaine fidélité envers l'entreprise.

L'illiquidité peut donc se rencontrer sur les marchés financiers (et bien sûr hors marchés financiers). Sa prise en compte lors de l'évaluation du produit est toutefois très délicate, puisque la théorie financière présuppose la liquidité des marchés et ne fournit pas directement les outils

et les méthodes d'évaluation<sup>2</sup>. Une méthode de valorisation récente a retenu notre attention.

## DÉCOTE D'ILLIQUIDITÉ ET OPTION DE VENTE

Considérons un actif financier, une action par exemple, rendu incessible par contrat pendant une certaine période. Si l'on octroie au porteur une option de vente de l'action exerçable pendant la période d'incessibilité, le porteur retrouve alors toute la liquidité pour son action. On peut donc écrire dans une première approche :

**Valeur de l'action librement cessible = valeur de l'action incessible + valeur d'une option de vente de cette action**

La décote d'incessibilité peut donc se mesurer comme la valeur d'une option de vente permettant au détenteur de bénéficier des éventuelles opportunités favorables pouvant se présenter avant terme.

Mais cette écriture nécessite d'être précisée. Le détenteur d'une option de vente perçoit en effet le prix d'exercice en cas de levée de l'option et livre en contrepartie l'action. Si l'on

### HOW TO VALUE ILLIQUIDITY?

*Many financial products suffer from illiquidity which decreases their value. The question is how much? Since the seminal work of F. Longstaff, analysts generally agree to value illiquidity using a put option. Unfortunately, a looking-back option gives too much value to illiquidity. We explore in this article a new way to use options to value illiquid products.*

*Philippe Raimbourg,  
Université Panthéon-Sorbonne  
[www.revueanalysefinanciere.com](http://www.revueanalysefinanciere.com)*

veut que l'égalité précédente soit vérifiée, le prix d'exercice doit être défini comme le prix auquel le détenteur aurait vendu l'action si celle-ci avait été librement cessible. L'hypothèse d'une option de vente "vanille", dont le prix d'exercice est une constante fixée dès l'origine dans le contrat d'émission, est donc exclue.

#### L'APPROCHE DE F. LONGSTAFF

Cet auteur a proposé, dans un article de 1995, de retenir une option *look back* sur maximum dont le prix d'exercice est égal à la valeur maximale prise par le sous-jacent au cours d'une période donnée et le gain égal, à la différence entre ce prix d'exercice et la valeur de l'action à l'échéance. Cette période est, en l'occurrence, égale à la durée de vie de l'option qui se confond elle-même avec la durée de la période d'incessibilité. Ce point de vue est maximaliste et, du point de vue du porteur de l'action temporairement incessible, constitue le *worst case*. Il retient en effet pour valeur de la décote d'illiquidité le gain que le porteur d'un produit liquide aurait enregistré si la vente s'était effectuée au plus haut du cours de l'action. On est ainsi conduit, avec F. Longstaff, à poser l'inégalité suivante :

**Valeur de l'action librement cessible  $\leq$  valeur de l'action incessible + valeur d'une option de vente *look back* sur maximum**

Si le porteur de l'action liquide, en raison d'un mauvais *market timing*, ne vend pas son titre au meilleur moment, la valeur de l'option *look back* constituera un majorant du gain effectivement perçu par le porteur du titre liquide, c'est-à-dire de la décote

d'illiquidité : la valeur de l'option *look back* constitue une valeur plafond de la décote d'illiquidité.

L'intérêt de cette démarche optionnelle est, bien sûr, de permettre le recours à des techniques de valorisation connues et de proposer une mesure de la décote d'illiquidité. D'un point de vue opérationnel, ceci présente cependant l'inconvénient majeur de proposer une valeur plutôt très élevée de la prime. Ainsi, lorsque la durée de la période d'incessibilité dépasse quatre ou cinq ans et que la volatilité de l'action est supérieure à 50 %, la valeur proposée pour le majorant de la décote d'illiquidité est de 100 % de la valeur de l'action. Et pour des périodes d'incessibilité de deux ans, ce majorant dépasse 50 % de la valeur de l'action lorsque la volatilité est supérieure à 40 %.

Il s'agit, on le voit, d'un véritable majorant qui, de ce fait, est assez peu informatif sur le niveau effectif de la décote d'illiquidité et fait perdre son opérationnalité à cette méthode de valorisation.

#### L'APPROCHE DE S. GHAI DAROV

Dans un article récent (2014), S. Ghaidarov<sup>3</sup>, propose de modifier un peu l'approche de F. Longstaff. L'idée fondatrice d'assimiler la liquidité à la détention d'une option de vente est conservée mais la caractérisation de cette option est différente.

Soit  $[0, T]$  la période d'incessibilité de l'action et  $V$  la valeur de l'action considérée. Appelons  $t$  la date appartenant à cet intervalle pour laquelle la cession de l'action est optimale. C'est à compter de cette date que le porteur d'une action incessible sera

**Considérons un actif financier, une action par exemple, rendu incessible par contrat pendant une certaine période. Si l'on octroie au porteur une option de vente de l'action exerçable pendant la période d'incessibilité, le porteur retrouve alors toute la liquidité pour son action. [...] La décote d'incessibilité peut donc se mesurer comme la valeur d'une option de vente permettant au détenteur de bénéficier des éventuelles opportunités favorables pouvant se présenter avant terme. Mais cette écriture nécessite d'être précisée.**

intéressé par la détention d'un *put* lui permettant de vendre son action. Les caractéristiques de ce *put* seront les suivantes :

- durée à maturité :  $T - t$
- prix d'exercice : prix futur en  $T$  de la valeur  $V_t$  de cession observée en  $t$
- sous-jacent :  $V$

À la date  $T$ , le porteur exercera son *put*, livrera l'action et obtiendra une valeur équivalente à celle qu'il aurait obtenue en  $t$ , soit  $V_t$ . L'option est ainsi définie comme une option de vente à démarrage futur, ou encore à déclenchement différé.

Bien sûr, en  $0$ , aucun agent économique ne peut avoir une idée de la date  $t$  de cession optimale. On serait donc tenté de balayer toutes les dates comprises entre  $0$  et  $T$ , de calculer pour chacune d'entre elles la valeur

de l'option de vente précédemment définie et de retenir la valeur maximale de ces différentes options. Cette valeur maximale serait un majorant de la valeur de la prime d'illiquidité.

Mais cette simulation fastidieuse peut être simplifiée. Si l'on retient comme processus d'évolution du sous-jacent le processus usuel retenu dans les modélisations de Black et Scholes ou dans le processus à saut de Merton<sup>4</sup>, la solution retenue pour l'évaluation d'une option se révèle homogène de degré 1 par rapport à la valeur initiale du sous-jacent et à celle du *strike* ; c'est-à-dire, si  $P(V, K, T)$  est le prix d'une option dont la valeur du sous-jacent à date de calcul est  $V$ , celle du *strike*  $K$  et la maturité  $T$ , alors :

$$P(\alpha V, \alpha K, T) = \alpha P(V, K, T)$$

Si l'on admet aussi l'approximation selon laquelle la solution retenue pour

► la valeur de l'option est homogène de degré 1 par rapport à la maturité (en fait, la valeur de l'option est croissante avec la maturité, mais la relation n'est pas linéaire), la valeur du majorant de la décote d'illiquidité s'écrit selon une relation assez simple. Supposons par exemple que le processus suivi par l'action s'écrit, comme dans le modèle de Black et Scholes :

$$dV/V = (r - q) dt + \sigma dZ$$

où  $r$  est le taux sans risque,  $q$  le taux de versement de dividendes (en temps continu),  $\sigma$  la volatilité de l'action et  $Z$  un processus de Wiener standard.

Alors la valeur du majorant  $D$  est la suivante :

$$D = \exp(-qT) \{ 2 N[(\sigma\sqrt{T})/2] - 1 \}$$

où  $N$  désigne la loi normale centrée réduite cumulée.

S. Ghaidarov fournit les valeurs simulées de la décote d'illiquidité exprimée en pourcentage de la valeur du sous-jacent pour différentes volatilités et périodes d'incapacité, en supposant une absence de distribution de dividendes ( $q = 0$ ). Nous reproduisons partiellement ces résultats ci-dessous (tableau 1).

Ces décotes sont beaucoup plus faibles que celles proposées par F. Longstaff et n'atteignent que très rarement 100 %.

### UN EXEMPLE

Le marché français des Placements Privés Euro (Euro PP) a ouvert en 2012. Par nature, l'Euro PP n'est pas un placement financier liquide et les investisseurs sont censés porter les titres jusqu'à leur maturité. Ce marché s'adresse principalement aux investisseurs institutionnels et aux *family offices* qui sont attirés par sa rémunération. Ces produits sont donc intéressants dans l'optique de notre étude puisqu'ils sont incessibles de fait et que l'investisseur exigera certainement une prime le dédommageant de cette incessibilité.

À titre d'exemple, prenons le cas de l'émission de la société Bonduelle : son objectif est de financer des acquisitions d'actifs à l'étranger et de rembourser des emprunts préalablement émis. Cette émission s'inscrit dans un programme plus vaste de financement impliquant le recours au crédit bancaire. Elle représente pour le groupe une diversification de ses ressources ainsi que l'opportunité de profiter de conditions d'émission favorables.

Cette émission, dont les termes sont les suivants, a été réalisée en septembre 2012 :

- montant : 145 millions d'euros
- durée de vie : 6,5 ans
- remboursement : *in fine*
- taux d'intérêt : 3,83 %

Les titres ont été placés auprès de cinq investisseurs intéressés par un portage jusqu'à leur terme. Ils sont de fait illiquides.

On supposera qu'à tout instant la valeur de ces titres suit une loi log-normale et que l'analyse de S. Ghaidarov est applicable. La valeur d'un majorant de cette prime s'écrit donc :

$$D = \exp(-qT) \{ 2 N[(\sigma\sqrt{T})/2] - 1 \}$$

Une des limites du recours à une démarche optionnelle pour valoriser une décote d'illiquidité est qu'elle suppose connue la volatilité  $\sigma$  du taux de rendement de l'actif illiquide. Or, en raison même de cette illiquidité, on est souvent dans l'incapacité de mesurer la volatilité recherchée. Mais ce n'est heureusement pas toujours le cas : par exemple lorsqu'il s'agit d'une option d'achat libellée sur un sous-jacent action liquide car l'on sait parfaitement calculer la volatilité d'une option connaissant celle du sous-jacent ; autre cas : si l'on considère une catégorie spécifique d'actions (des actions de préférence) pour lesquelles on pourra retenir la volatilité (supposée observable) des actions ordinaires. Ce peut être aussi le cas pour les produits de taux.

En effet, les variations de valeur d'un titre de créances à taux fixe peuvent avoir deux origines :

- une variation de la qualité de crédit de l'émetteur qui peut amener les investisseurs à faire baisser les prix en vue d'être dédommagés de cet accroissement du risque,
- une variation du loyer de l'argent sur tous les marchés de l'argent.

Si l'on suppose, comme on le fera pour Bonduelle, que la probabilité de modification du risque de crédit

est résiduelle, principalement en raison de la maturité assez courte du titre de créances considéré, ce sont essentiellement les variations du loyer de l'argent qui sont à l'origine d'une variation du prix des titres de créances. Et l'on sait que la volatilité du loyer de l'argent se transmet aux titres de créances *via* la sensibilité des titres de créances aux variations des taux.

On cherche à déterminer la volatilité  $\sigma$  du prix des Euro PP Bonduelle.

La volatilité du loyer de l'argent doit être mesurée à partir de titres de créances présentant les mêmes caractéristiques que celles de l'Euro PP Bonduelle. Pour des raisons de liquidité, on considérera dans un premier temps la volatilité des OAT 10 ans qui constitue certainement une valeur plancher de la volatilité recherchée, celle-ci augmentant généralement avec le niveau du *spread* de crédit. On la fera ensuite évoluer à la hausse au cours de simulations. La volatilité du taux de rendement des OAT 10 ans s'élevait à 0,31 % au cours de la période juin 2011 à juin 2012. Cette volatilité est amplifiée au niveau de l'emprunt Bonduelle par sa sensibilité aux variations des taux. Compte tenu de ses caractéristiques, la durée de l'emprunt ressort à 5,87 années et sa sensibilité (en valeur absolue) à 5,66. On retiendra donc une volatilité du prix de l'émission de l'Euro PP Bonduelle, à la date d'émission, de :

$$\sigma = 0,31 \% * 5,66 = 1,75 \%$$

L'expression  $[ (\sigma\sqrt{T})/2 ]$  prend alors comme valeur 0,0223 et  $N [ (\sigma\sqrt{T})/2 ]$  celle de 0,5089. Il vient la valeur 0,0178 pour  $2 N [ (\sigma\sqrt{T})/2 ] - 1$ .

1. DÉCOTE EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ  $\sigma$  ET DE LA PÉRIODE  $T$  D'INCESSIBILITÉ

	$\sigma = 30\%$	$\sigma = 40\%$	$\sigma = 50\%$
T = 1 an	11,9%	15,9%	19,7%
T = 3 ans	20,5%	27,1%	33,5%
T = 5 ans	26,3%	34,5%	42,4%

Il s'agirait là de la valeur de D si l'Euro PP était zéro-coupon. Or, il distribue un intérêt de 3,83 % annuel, ce qui bien sûr apporte des liquidités au créancier et diminue ses exigences en matière de décote d'illiquidité.

Le taux continu  $q$  correspondant à un intérêt annuel de 3,83 % est de :

$$q = \ln(1,0383) = 0,0376$$

Et l'expression  $\exp(-qT)$  prend comme valeur :

$$\exp(-qT) = 0,783$$

D'où la valeur de D :

$$D = 0,0139, \text{ soit } 1,39 \%$$

L'investisseur serait donc amené à demander une diminution du prix de souscription de l'Euro PP Bonduelle de 1,39 % au titre de la décote d'illiquidité.

Cette décote sera le plus souvent formulée sous la forme d'un *spread* de taux. En retenant comme taux d'actualisation le taux de l'emprunt Bonduelle hors prime de liquidité, soit 3,59 % (calcul circulaire), on cherche le *spread* ( $sp$ ) tel que :

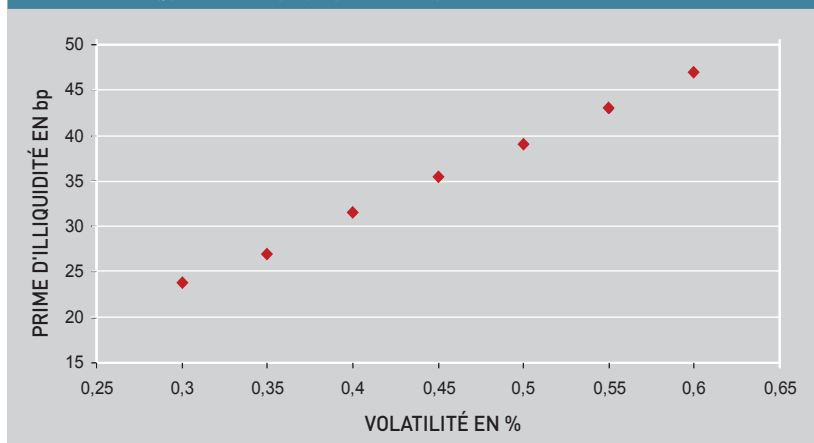
$$1,39 = \sum_{j=1}^6 \frac{sp}{(1,0359)^j} + sp \cdot (0,5) / (1,0359)^{6,5}$$

$$j = 1, \dots, 6$$

Il en résulte :  $sp = 24,4$  bp

Il s'agit là d'une prime relativement faible mais qui correspond au niveau, lui aussi très faible, de la volatilité : étant donné ce niveau d'incertitude, l'investisseur n'est pas exposé à un risque très important et la prime exigée pour le dédommager est assez faible. Il en irait autrement avec d'autres produits financiers, notamment des actions, à la volatilité beaucoup plus marquée. Il n'en reste pas moins que ce niveau de volatilité demeure le paramètre le plus aléa-

## 2. PRIME D'ILLIQUIDITÉ EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ



toire des calculs précédents. Cela nous incite à effectuer des simulations en vue de mesurer la sensibilité de la prime au niveau de la volatilité. Il faut noter que la société Bonduelle avait un levier de 1,2 en 2012 – ce qui était relativement élevé par rapport à la concurrence – et que le *spread* exigé en contrepartie de son risque de crédit était d'environ 250 bp ; on peut en conséquence penser que la valeur de 0,31 % est sans doute un minorant de la volatilité du taux de rentabilité des titres de créances Bonduelle. On fera évoluer cette volatilité de 0,3 % à 0,6 %. Le graphique 2 (ci-contre) synthétise les résultats.

La prime d'illiquidité varie de 24 bp à 47 bp. Pour une valeur intermédiaire de la volatilité de 0,45 %, elle s'établit à 35,5 bp.

Lorsque l'on confronte l'émission de l'Euro PP Bonduelle à des émissions approximativement comparables sur le marché des Eurobonds, les spécialistes s'accordent pour estimer la prime d'illiquidité de l'émission Bonduelle à environ 20 à 30 bp<sup>5</sup>.

On retrouve donc bien l'idée, avec

l'exemple de l'Euro PP Bonduelle, que l'approche optionnelle permet de calculer un majorant de la prime d'illiquidité qui, en l'espèce, semble tout à fait raisonnable. ■

(1) L'auteur tient à remercier M. R. Clère (BM&A) pour sa relecture attentive de cet article.

(2) Pour un exposé des différents aspects de l'illiquidité, on pourra se référer à l'ouvrage intitulé *Motivation financière des dirigeants* (2009)

(3) S. Ghaidarov travaille au sein de la société de conseil Capstone Advisory à Los Angeles, Voir *Social science research network* <http://papers.ssrn.com>

(4) Merton R. (1976), *Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous*, *Journal of Financial Economics*, vol. 3, pp.125-144.

(5) L'auteur remercie M. G. Damien pour les échanges qu'il a eus avec lui à ce sujet.

## RÉFÉRENCES

- *Motivation financière des dirigeants -options et autres instruments*. T. Bouvet, O. Grivillers et C. Leclerc (Ed. Economica - 2009).

- Ghaidarov S., *Analytical Bound on the Cost of Illiquidity for Equity Securities Subject to Sale Restrictions*, *The Journal of Derivatives*, 2014, vol. 21 n°4, 31-48.

- Longstaff F., *How Much Can Marketability Affect Security Values?*, *The Journal of Finance*, 1995, vol. 50, 1767-1774.