

Risque de défaut et valeur des actions : grand oublié ou révolution culturelle ?

Roland Clère †

Stéphane Marande ‡

Version du 30 novembre 2017

Résumé :

Le risque de défaut est le grand oublié de l'évaluation des actions. Nous démontrons dans cet article que son effet sur la valeur est pourtant plus important pour une action que pour une obligation.

Pour ce faire nous nous basons sur un modèle à fonction d'intensité de défaut que nous généralisons aux actions. Ce modèle qui ne présuppose pas du mode de calcul de la distance au défaut permet d'appréhender ce risque pour toutes les sociétés, qu'elles soient endettées ou non, à la différence des modèles structurels mertonien, qui limitent cette mesure de risque aux seules sociétés endettées.

La mise en évidence d'une prime de risque de défaut dans le calcul du coût du capital permet de réconcilier avec le MEDAF la pratique de l'évaluation qui se fonde sur des prévisions en cas de survie. Parallèlement le MEDAF et le risque de défaut permettent de justifier en grande partie les spreads obligataires.

Le test consistant à estimer les probabilités implicites de défaut (« physiques ») et la part de risque systématique inclus dans les spreads obligataires en euro à fin 2015 conduit à détecter l'existence probable d'une sur-rémunération des obligations investment grade, corroborant des conclusions identiques obtenues préalablement par des voix différentes. Cette anomalie de marché potentielle pourrait constituer un effet d'aubaine pour les investisseurs. La réédition de ce test à des dates réparties sur l'ensemble du cycle économique et financier permettra d'établir si le marché obligataire sert bien des repas gratuits aux investisseurs non soumis à une contrainte de fonds propres par une quelconque réglementation.



Mots clefs :

Coût des fonds propres, risque de crédit, risque de défaut, spread de crédit, spread de défaut, prime de défaut, risque systématique, coût du levier, coût du défaut, APV, modèle à forme réduite, modèle à intensité, bêta de la dette, MEDAF, spread AAA, coût implicite du capital, prime de risque ex-ante, biais de prévision, prime pour biais d'optimisme, taux de recouvrement, probabilité de défaut conditionnelle et non conditionnelle.

Key words:

Cost of equity, credit risk, default risk, credit spread, default spread, default premium, systematic risk, cost of leverage, cost of default, APV, adjusted present value, reduced form model, debt beta, CAPM, Spread AAA, implied cost of capital, ex-ante equity risk premium, forecast bias, optimistic bias premium, recovery rate, probability of default conditional and non-conditional.



† Roland Clère est membre de la Société française des évaluateurs et de la Société française des analystes financiers.

‡ Stéphane Marande est membre de la Société française des analystes financiers.

Les auteurs, sont tous deux experts en évaluation au sein du cabinet BM&A et participent à la conception et à la mise à jour du site d'information financière Fairness Finance. Les opinions émises dans cet article ne sauraient engager ni BM&A ni Fairness Finance.

Introduction	3
L'importance du risque de défaut.....	3
L'exemple des PME et des ETI cotées françaises.....	4
1 Introduction au modèle de défaut à intensité.....	6
1.1 Le formalisme du risque de défaut selon le modèle à intensité (ou à forme réduite).....	7
1.1.1 La probabilité de défaut conditionnelle	7
1.1.2 La probabilité de défaut non conditionnelle ou cumulée.....	8
1.1.3 La probabilité de défaut marginale	8
1.1.4 La probabilité de défaut et l'intensité de défaut	8
1.2 Les fonctions de défaut et d'intensité déduites des matrices de transition	10
1.2.1 Formules déduites des probabilités de défaut non conditionnelles.....	10
1.2.2 Illustration à partir d'une matrice de transition de S&P	12
1.3 Le défaut d'intensité constante est assimilable à un processus de Poisson	14
1.4 Le spread de défaut obligataire et la probabilité de défaut réelle selon le modèle à intensité....	15
1.4.1 Décomposition du spread de crédit avec des probabilités de défaut réelles.....	15
1.4.2 Valeur de l'obligation en fonction de la probabilité de défaut et du taux de récupération.	17
1.4.3 Probabilité de défaut en fonction du spread de défaut et du taux de récupération	20
2 Du spread de défaut obligataire à la prime de défaut-action	24
2.1 Points communs obligation/action et généralisation de la prime de défaut.....	24
2.2 Exemple de probabilité de défaut déduite du coût implicite des fonds propres	25
2.3 Exemple de coût du capital ajusté du risque de défaut.....	29
3 Test du modèle à intensité sur un univers de titres cotés.....	33
3.1 Estimation de la prime de risque de marché.....	34
3.2 Hiérarchie des spreads corporate observés à fin décembre 2015 en euro	35
3.3 Bêtas obligataires en fonction de la notation et de la durée des obligations.....	38
3.4 Probabilités de défaut implicites du modèle : une anomalie de marché ?	39
4 Conclusion.....	46
5 Références bibliographiques.....	47

Introduction

L'importance du risque de défaut

Le risque de défaut est le grand oublié dans la pratique courante de l'évaluation des actions. Trop souvent, les évaluateurs après avoir argumenté le choix et le calcul des paramètres intervenant dans le coût des fonds propres, se bornent à ne considérer le risque de défaut qu'au travers du coût de la dette retenu pour le calcul du coût moyen pondéré du capital (CMPC). Et encore, souvent, le levier d'endettement constaté à la date du calcul est-il supposé reconduit à l'infini en retenant pour taux de refinancement de la dette le taux du dernier emprunt contracté par la société, quand ce n'est pas tout simplement le coût apparent moyen de l'endettement qui est retenu bien que ce dernier ait été contracté en des époques différentes. Ainsi la plupart des évaluateurs sont convaincus d'appréhender correctement les risques engendrés par le levier d'endettement à savoir :

- le risque de défaut dans le coût de la dette retenu pour établir le CMPC ;
- l'augmentation du risque systématique, généralement par la formule d'Hamada, pour le calcul du bêta avec dette.

Cette pratique est révolue :

- Il existe en effet des techniques actuarielles qui permettent de tenir compte de l'évolution prévisionnelle de l'endettement pour le calcul du coût des fonds propres afin d'assurer la cohérence entre le risque induit par le levier et le taux d'actualisation. Leur description n'étant pas le propos du présent article, nous invitons le lecteur à se reporter aux travaux de Pablo Fernandez¹.
- Le risque systématique n'est qu'un aspect de l'augmentation de l'exigence de rémunération des actionnaires. Le levier augmente certes la dispersion du cash flow libre pour l'actionnaire, d'où l'augmentation du bêta du titre, mais en plus, il en réduit l'espérance du fait des pertes probables qu'engendre le risque de faillite. On notera dès à présent que le risque de défaut est un problème d'adéquation entre la marge sur coûts variables et les frais fixes, et que le levier d'endettement ne faisant que réduire l'une ou augmenter les autres, il n'est qu'un facteur aggravant. Le risque de défaut préexiste au levier d'endettement et doit être apprécié par l'évaluateur, qu'il soit amplifié ou non par la dette.

En d'autres termes, l'évaluateur doit apporter la démonstration qu'il appréhende le risque de défaut, soit i) qu'il réduit l'espérance des flux attendus en cas de survie en retranchant l'espérance des pertes en cas de défaut, soit ii) qu'il retient pour actualiser les flux en cas de survie, un taux d'actualisation majoré d'une prime de risque de défaut.

Sachant que le taux de recouvrement d'une dette financière chirographaire est en moyenne sensiblement inférieur à l'unité en cas de faillite, alors il est en moyenne proche de zéro pour un actionnaire. En

¹ Par exemple : Fernandez, Pablo, "Equivalence of Ten Different Methods for Valuing Companies by Cash Flow Discounting" (October 11, 2003). EFMA 2004 Basel Meetings Paper. SSRN : <https://ssrn.com/abstract=367161>

première approximation, si, comme John Hull (cf. infra), nous retenons une règle de proportionnalité entre le spread rémunérant le risque de défaut et la perte en cas de défaut, alors cette prime de défaut est maximum s'agissant d'une action. Or, même si le spread d'un emprunt incorpore ne serait-ce que quelques dizaines de points de base au titre de la rémunération du risque de faillite, la prise en compte d'un multiple de cette prime dans le calcul du coût des fonds propres est probablement significative sur la valeur d'une action, puisqu'elle l'est déjà pour la valeur d'un emprunt. L'exemple qui suit illustre l'ampleur de cette prime.

L'exemple des PME et des ETI cotées françaises

Dans un rapport² remis à l'*Observatoire du financement des entreprises par le marché*, le bureau d'analyse IDMidCaps s'est penché sur les défaillances intervenues au cours de la période 2005-2013 au sein d'un échantillon constitué des sociétés cotées sur les compartiments C et B d'Euronext (regroupant les émetteurs par taille de capitalisation, respectivement jusqu'à 150 M€ et 1 Md€) ainsi que sur Alternext (devenu Euronext Growth en 2017).

Au cours de ces 9 années, 71 sociétés ont été défaillantes et placées en redressement judiciaire. Sur ce total :

- 61 d'entre-elles (soit 86 %) ont été liquidées à perte pour leur actionnaires ;
- 3 sociétés (soit 4 %) ont été rachetées selon une modalité équivalant à un taux de recouvrement nul pour l'actionnaire ;
- 7 sociétés (soit 10 %) étaient encore engagée à fin 2013 dans un plan de continuation, au prix généralement d'opérations très dilutives pour leurs anciens actionnaires.

Selon ces données, le pourcentage de sociétés placées chaque année en redressement judiciaire s'établit en moyenne à 1,7 % de l'échantillon constitué au 1^{er} janvier de chaque exercice³.

Echantillon PME-ETI ⁽¹⁾	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Moyenne	Notation implicite
Taille de l'échantillon	426	470	483	456	459	459	451	438	441	454	
Taux de défaillance	1,64%	0,85%	1,45%	1,75%	2,83%	1,53%	2,00%	2,05%	1,59%	1,74%	BB

⁽¹⁾ Sociétés cotées sur les compartiments B, C et Alternext, hors foncières, sociétés de portefeuille, coquilles, banques et assurances

Si l'on se réfère aux statistiques de défaillances établies par l'agence de notation Standard & Poor's et qui étaient disponibles au début de ce recensement⁴, un tel taux correspond à la fréquence de défauts observée pour les sociétés de notation BB à BB⁺, c'est-à-dire appartenant à la catégorie « spéculative ».

Si l'on répartit maintenant l'échantillon entre PME⁵ et ETI, et que l'on examine les statistiques de défauts sur un an ou cumulées sur 4, 5 et 9 ans, comme résumé dans le tableau ci-après, les PME cotées affichent

² « Etude sur les défaillances et sur les performances 2005-2013 dans les PME – ETI cotées ». <http://www.pme-bourse.fr/publications/etudes-et-rapports.html>

³ Dans cette statistique les sociétés sont incluses jusqu'à leur radiation de la cote ce qui tend à surestimer le pourcentage annuel de mise en redressement judiciaire. Toutefois, ceci ne semble pas remettre en cause le rattachement a posteriori de cet échantillon à la catégorie « spéculative » correspondant à une notation BB à BB+.

⁴ Voir Patrice Poncet et Roland Portait, « Finance de marché », 4^e éd. Dalloz, page 928.

⁵ Selon l'INSEE, moins de 250 salariés et chiffre d'affaires inférieur à 50 M€ ou total de bilan inférieur à 43 M€. Les auteurs de l'étude ont assimilé les autres sociétés de l'échantillon à des ETI, bien que marginalement, certaines relèvent selon la

des taux de défaillance qui les situent dans la catégorie BB⁻ à BB. Les ETI de l'échantillon sont un peu mieux loties, avec des taux qui les rattachent à la zone de notation comprise entre BB⁺ à BBB⁻, c'est-à-dire à la frontière entre sociétés « *non investment grade* » (catégorie spéculative) et « *investment grade* » (qualité moyenne)⁶.

Taux de défaillance	PME		ETI	
	Moyenne	Notation implicite	Moyenne	Notation implicite
Moyenne 1 an	2,7%	BB- à BB	1,3%	BB+ à BBB-
Cumul moyen / 4 ans*	11%	BB-	6%	BB+
Cumul moyen / 5 ans*	14%	BB-	7%	BB+
Cumul / 9 ans*	24%	BB-	11%	BB+

*D'après l'analyse des données figurant dans l'étude citée

Le taux de défaut des PME cotées de l'échantillon est ainsi deux fois plus important que celui des ETI, avec des niveaux cumulés à 9 ans supérieurs à 20 % pour les premières et à 10 % pour les secondes, ce qui est loin d'être négligeable pour un actionnaire. En effet, selon le bureau IDMidCaps, la performance cumulée de l'échantillon, équilibrée et dividende réinvesti, a été 88,5 % sur la période. Hors sociétés défaillantes, cette performance aurait été de 106 %. La survenance de défauts a ainsi amputé de 16,5 % la plus-value de l'investisseur en actions.

Performances annuelles dividende réinvesti	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Cumul
Echantillon	4,6%	31,8%	-1,2%	-45,4%	48,5%	39,3%	-6,4%	4,9%	24,9%	88,5%
Echantillon hors sociétés défaillantes	4,9%	32,1%	-0,3%	-45,1%	50,5%	40,5%	-6,0%	8,6%	25,8%	106,0%

Calculs réalisés par IDMidCaps

Le premier enseignement que nous tirons de cette analyse est qu'investir dans les « *small caps* » implique d'anticiper un taux de mortalité significatif.

Dans ce qui suit, nous justifierons le lien entre la probabilité de défaillance et sa rémunération au moyen d'un modèle à fonction d'intensité de défaut, que nous appliquerons dans un premier temps aux titres d'emprunt (chapitres 1) avant de l'étendre aux actions (chapitre 2).

En second lieu, nous relevons que le rendement effectif des marchés (comme ici 88,5 % sur 9 ans, soit 7,3 % par an en moyenne) est un taux net des défauts survenus durant la période de calcul. C'est pourquoi les rendements historiques moyens relevés sur longue période, et qui servent couramment au calcul des primes de risque, fournissent effectivement une estimation de l'espérance de rendement du marché des actions, des sociétés faisant faillite tous les ans. Par conséquent, si cette estimation sert à actualiser des prévisions de cash flows nets des pertes probables en cas de défaut, alors une telle démarche peut s'entendre. En revanche, si les prévisions sont, comme c'est généralement le cas, établies en cas de survie des entreprises, alors c'est un taux de rendement brut, i.e. avant impact des défaillances d'entreprises, qu'il faudrait retenir pour leur actualisation (comme ici 106 % sur 9 ans, soit 8,36 % par an en moyenne).

Une prévision établie en cas de survie étant biaisée au sens où elle n'est pas une espérance mathématique, l'utilisation de rendements historiques pour en actualiser la valeur est foncièrement incohérente. C'est pourquoi il faut distinguer espérance de rendement du marché et coût du capital (taux d'actualisation), la première étant inférieure au second, en règle générale.

définition de l'INSEE de la catégorie des grandes entreprises (au moins 5 000 salariés et plus de 1,5 Md€ de chiffre d'affaires ou un total de bilan supérieur à 2 Mds€).

⁶ Etant rappelé que le maintien des sociétés dans l'échantillon et en catégorie défaillante jusqu'au retrait de la cote tend à surestimer sans doute le taux de défaillance, ce qui peut expliquer que les notations implicites que nous faisons apparaître soient plus favorables à un an que sur des périodes cumulées.

1 Introduction au modèle de défaut à intensité

Le modèle de défaut dit « à intensité » est une approche actuarielle permettant d'établir un lien fonctionnel entre le risque de défaut sur un certain intervalle de temps, le taux de recouvrement en cas de défaut et la prime de risque de défaut ou spread de défaut.

A la différence des modèles qualifiés de structurels et qui ont été abondamment développés dans le sillage des travaux fondateurs de Merton, l'approche à intensité ne nécessite aucun présupposé quant au modèle d'estimation du risque de défaut. Le modèle structurel lie en effet la probabilité de défaut à celle que la valeur de l'actif d'exploitation soit inférieure ou égale au montant de l'endettement financier à rembourser à une date donnée, en se basant pour ce faire sur la volatilité du cours de bourse de l'émetteur. Cette approche limite ainsi le risque de défaut à la question du surendettement ce qui est trop restrictif pour être réaliste⁷. Par ailleurs ces modèles sont établis en univers risque - neutre, ce qui suppose la complétude du marché des actifs sous-jacents ce qui est loin d'être le cas s'agissant d'actifs d'exploitation (à la différence de titres cotés). La prise en compte du taux sans risque comme paramètre de tendance centrale induit par ailleurs une probabilité risque - neutre qui n'a pas de rapport direct avec les probabilités réelles (ou « physiques ») de défaut, ce qui oblige à recourir à des exercices de paramétrage pour les réconcilier avec le monde réel⁸ et ne semble pas apporter de réponse totalement décisive par rapport à une analyse financière classique du risque de crédit. Comme nous l'indiquons en introduction, le risque de défaut est une question d'adéquation entre marge sur coûts variables et coûts fixes et il n'y a pas de lien évident entre cette question et la valeur d'une action⁹, laquelle est soumise à la volatilité de la prime de risque du marché en plus des révisions de prévisions financières.

Pour ces raisons, nous nous en tiendrons ici au modèle à fonction d'intensité. Nous nous attacherons à démontrer en quoi, sous certaines conditions de mise en œuvre, cette approche permet de tenir compte de probabilités de défaut « réelles » en ce sens que le spread retenu en rémunération du risque soit cohérent avec l'anticipation de défaut résultant de la modélisation des flux prévisionnels anticipés. Et inversement, comment en connaissant le spread de marché exigé, il est possible d'en déduire la probabilité de défaut implicite anticipée par le marché. Dans un second temps, ce modèle sera généralisé à l'évaluation des actions (chapitre 2) et enfin testé à partir de données de marché (chapitre 3).

⁷ Mis à part fournir une estimation de la volatilité de l'ANR d'une foncière ou d'une société de portefeuille dans la perspective de sa liquidation, cette approche ne nous renseigne pas sur la capacité d'une entreprise à supporter des pertes temporaires sans compromettre la continuité de son exploitation.

⁸ Voir par exemple : Cooper, Ian A. and Davydenko, Sergei A., "Using Yield Spreads to Estimate Expected Returns on Debt and Equity" (December 2003). London Business School IFA Working Paper; EFA 2003 Annual Conference Paper No. 901. SSRN : <https://ssrn.com/abstract=387380>

⁹ Pour de plus amples développements sur l'appréciation par un modèle stochastique du risque de défaut résultant de l'inadéquation entre marge sur coûts variables et frais fixes, nous invitons le lecteur à consulter : Clère, Roland, « After Modigliani, Miller and Hamada; A New Way to Estimate Cost of Capital? » (Après Modigliani, Miller et Hamada : une nouvelle façon d'estimer le coût du capital ?) (November 23, 2016). SSRN : <https://ssrn.com/abstract=2868702>

1.1 Le formalisme du risque de défaut selon le modèle à intensité (ou à forme réduite)

Ce modèle se fonde sur les outils classiques de l'analyse fonctionnelle. Par ailleurs, le lien peut être établi entre l'expression formelle du risque de défaut et la loi de Poisson (Siméon Denis), ce qui rattache cette approche à un modèle stochastique à sauts.

1.1.1 La probabilité de défaut conditionnelle

Dans ce qui suit, on supposera par simplification de langage que la survie S de l'entreprise est incompatible avec la survenance d'un événement de défaut D . Il n'est pas nécessaire que le défaut entraîne la faillite de l'entreprise pour que cette approche soit valide, la question du recouvrement de créance en cas de défaut étant traitée ultérieurement. Admettons ici que l'évènement de survie corresponde à la notion de « survie sans évènement de défaut préalable ni mise en œuvre d'un éventuel plan de continuation ». Alors de par la définition de deux évènements incompatibles ou exclusifs :

$$p(S) = 1 - p(D) \quad \text{équation n°1}$$

Connaissant la probabilité de survie (sans aucune défaillance) de l'entreprise jusqu'à une date t , notée $p(S_t)$, la probabilité de survie jusqu'à l'horizon temporel $t + 1$ est égale au produit de la probabilité de survie à la date t et de la probabilité que ne survienne aucun défaut durant l'intervalle de temps $]t ; t + 1]$. Cette probabilité se déduit de celle que survienne le défaut durant la période $]t ; t + 1]$. Notée $p(D_{t+1}|S_t)$, la probabilité de défaut sur cet intervalle est qualifiée de conditionnelle à la survie préalable de la société jusqu'à la date t :

$$p(S_{t+1}) = p(S_t) \times (1 - p(D_{t+1}|S_t)) \quad \text{n°2}$$

Pour alléger l'écriture, on notera S_t la probabilité de survie jusqu'à la date t et d_t la probabilité de défaut conditionnelle au cours de l'intervalle immédiatement à venir, $\Delta_t ;]t ; t + 1]$.

$$S_{t+1} = S_t \times (1 - d_t) = S_t - d_t \times S_t \quad \text{n°3}$$

Si la probabilité de défaut conditionnelle est une constante d sur tous les intervalles de temps de durée identique à Δ_t , alors l'équation précédente devient :

$$S_t = S_{t-\Delta_t} \times (1 - d) \quad \text{n°4}$$

$$\text{avec } \begin{cases} p(D_t|S_{t-\Delta_t}) = d \\ p(S_t) = S_t \end{cases} \quad \forall t \text{ avec } \Delta_t \text{ une constante}$$

Par conséquent, lorsque la probabilité conditionnelle est constante quel que soit l'intervalle Δ_t , la probabilité de survie jusqu'à la date $T = n \times \Delta_t$, notée S_T est égale à :

$$S_T = S_{t=0} \times (1 - d)^n = (1 - d)^n \quad \text{n°5}$$

1.1.2 La probabilité de défaut non conditionnelle ou cumulée

La probabilité de défaut non conditionnelle sur une période donnée $[0 ; t]$ résulte de l'effet cumulé des probabilités de défaut conditionnelles sur l'ensemble des intervalles de temps qui composent cette période. En supposant que la période $[0 ; T]$ soit divisée en n intervalles Δt de temps pour lesquels sont connues les probabilités conditionnelles de survie d_i , alors selon l'équation n°2, la probabilité de survie à la date T est égale à :

$$S_T = (1 - p(D_1|S_0)) \times (1 - p(D_2|S_1)) \times \dots \times (1 - p(D_n|S_{n-1})) \quad n^\circ 6$$

$$= (1 - d_0) \times (1 - d_1) \times \dots \times (1 - d_{n-1})$$

$$\Rightarrow S_T = \prod_{i=1}^n (1 - p(D_i|S_{i-1})) \quad n^\circ 7$$

D'où l'on déduit D_T la probabilité de défaut non conditionnelle à l'horizon temporel T :

$$\Rightarrow D_T = 1 - S_T = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - d_{i-1}) \quad n^\circ 8$$

Dans le cas particulier où les probabilités conditionnelles sont égales à une constante d :

$$D_t = 1 - (1 - d)^n = 1 - S_T \quad n^\circ 9$$

Où S_T est définie selon l'équation n°5.

1.1.3 La probabilité de défaut marginale

La probabilité marginale de défaut ΔD_n est l'accroissement de la probabilité de défaut non conditionnelle durant un intervalle de temps, Δt . Attribuons à cette intervalle une durée constante ; $\Delta t = \frac{T}{m}$, avec $m \in \mathbb{N}$, et en posant ; $n \leq m$, définissons la probabilité de défaut non conditionnelle jusqu'à la date $t = n \times \Delta t$, $p(D_{n \times \Delta t})$, notée D_n :

$$\Delta D_n = D_n - D_{n-1} = (1 - S_n) - (1 - S_{n-1}) = S_{n-1} - S_n \quad n^\circ 10$$

Dans le cas particulier où les probabilités conditionnelles sont égales à une constante d :

$$\Delta D_n = (1 - d)^{n-1} - (1 - d)^n \quad n^\circ 11$$

$$\Rightarrow \Delta D_n = \sum_{i=1}^{n-1} C_{n-1}^i \times (-1)^i \times d^{i+1} \quad n^\circ 12$$

1.1.4 La probabilité de défaut et l'intensité de défaut

Sur un intervalle de temps $]t ; t + \Delta t]$ la probabilité marginale de défaut ΔD_t pour une unité de temps Δt supplémentaire est selon les équations n°3 et n°10 :

$$\Delta D_t = S_t - S_{t+\Delta t} = S_t \times p(D_{t+\Delta t}|S_t)$$

$$\Rightarrow -\Delta D_t = S_{t+\Delta t} - S_t = -d_t \times S_t \quad n^\circ 13$$

Supposons qu'il existe une fonction de t , notée $\lambda(t)$, et appelée « fonction d'intensité de défaut », telle que la probabilité de défaut conditionnelle au cours d'un intervalle de temps Δt à venir, soit égale au produit de l'intensité à la date t et de la durée de cet intervalle :

$$\lambda(t) \times \Delta t = p(D_{t+\Delta t} | S_t) = d_t \quad n^{\circ}14$$

Alors l'équation n°13 devient :

$$S_{t+\Delta t} - S_t = -\lambda(t) \times \Delta t \times S_t \quad n^{\circ}15$$

La probabilité de survie S_t étant également une fonction de t , l'équation n°15 devient :

$$\Delta S(t) = -\lambda(t) \times \Delta t \times S_t \quad n^{\circ}16$$

D'où en passant à la limite quand Δt tend vers zéro, au voisinage de t :

$$dS = -\lambda \times dt \times S \quad n^{\circ}17$$

$$\frac{dS}{S} = -\lambda \times dt \quad n^{\circ}18$$

Où l'on reconnaît dans le premier membre de l'équation la différentielle de $\ln(S)$, d'où :

$$\Leftrightarrow d\ln(S) = -\lambda \times dt \quad n^{\circ}18$$

$$\Leftrightarrow \int \ln'(S(t))dt = - \int \lambda(t)dt \quad n^{\circ}19$$

$$\Leftrightarrow \ln(S(t)) = - \int \lambda(t)dt + C \quad \text{où } C \text{ est une constante}$$

$$\Leftrightarrow S(t) = e^{-\int \lambda(t)dt+C} \quad n^{\circ}20$$

Cette intégrale de la fonction $\lambda(t)$ est définie sur l'intervalle $[0 ; t]$. La probabilité de survie est égale à 1 quand t est égal à zéro, et inversement, il est raisonnable de postuler qu'elle tend vers zéro quand t tend vers l'infini. Par ailleurs, s'agissant d'une intégrale définie nous faisons abstraction de la constante C dans l'équation n°20 :

$$\Rightarrow S(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} \quad n^{\circ}21$$

Pour autant qu'il existe une fonction $F(t)$ primitive de $\lambda(t)$, et en supposant pour simplifier qu'elle s'annule en $t = 0$, alors l'intégrale définie de l'équation n°21 peut s'écrire comme suit :

$$F(t) = |F(x)|_0^t = \int_0^t \lambda(x)dx \quad n^{\circ}22$$

Or selon le théorème de la moyenne, il existe une valeur moyenne « $\bar{\lambda}$ » de $\lambda(t)$ lorsque x varie entre 0 et t , telle que :

$$\bar{\lambda} = \overline{\lambda(t)} = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(x)dx = \frac{F(t)}{t} \quad n^{\circ}23$$

Dès lors, l'équation n°21 devient :

$$S(t) = e^{-F(t)} = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} = e^{-\bar{\lambda} \times t} \quad n^{\circ}24$$

Si la fonction d'intensité $\lambda(t)$ est constante, égale à un nombre réel positif λ , alors :

$$\forall t \quad \lambda(t) = \lambda \quad \Rightarrow \quad F(t) = \int_0^t \lambda dx = |\lambda x + C|_0^t = \lambda \times t$$

Dans ce cas, l'intensité moyenne de défaut $\bar{\lambda}$ définie selon n°23 est égale à cette constante λ :

$$\bar{\lambda} = \lambda \quad \text{et} \quad \lambda(t) = \lambda \times t$$

Et l'équation n° 24 devient :

$$S(t) = e^{-\lambda \times t} = \left(\frac{1}{e^\lambda}\right)^t \quad n^\circ 25$$

1.2 Les fonctions de défaut et d'intensité déduites des matrices de transition

1.2.1 Formules déduites des probabilités de défaut non conditionnelles

- En pratique, si l'on connaît la probabilité de défaut non conditionnelle D_t à l'horizon temporel t , on en déduit l'intensité moyenne $\bar{\lambda}_t$ entre 0 et t :

$$D_t = 1 - S_t = 1 - e^{-\bar{\lambda}_t t} = 1 - e^{-F(t)}$$

$$\Rightarrow e^{-F(t)} = 1 - D_t$$

$$\Rightarrow F(t) = -\ln(1 - D_t) \quad n^\circ 26$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_t = -\frac{\ln(1 - D_t)}{t} \quad n^\circ 27$$

- L'intensité moyenne de défaut sur un intervalle de temps Δt , $[t - \Delta t; t]$, que nous noterons $\bar{\lambda}_{t-\Delta t;t}$, se déduit de l'intensité moyenne $\bar{\lambda}_{t-\Delta t}$ de la période $[0; t - \Delta t]$ et $\bar{\lambda}_t$ correspondant à la période $[0; t]$. En effet, selon l'équation n°23 :

$$\bar{\lambda}_t = \overline{\lambda(t)} = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(x) dx = \frac{F(t)}{t}$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_{t-\Delta t;t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t \lambda(x) dx = \frac{|F(t)|_{t-\Delta t}^t}{\Delta t}$$

Selon l'équation n°26 :

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_{t-\Delta t;t} = \frac{1}{\Delta t} (\ln(1 - D_{t-\Delta t}) - \ln(1 - D_t)) \quad n^\circ 28$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_{t-\Delta t;t} = \frac{1}{\Delta t} (\ln(S_{t-\Delta t}) - \ln(S_t)) \quad n^\circ 29$$

Or ;

$$\begin{cases} S_t = e^{-\bar{\lambda}_t \times t} \\ S_{t-\Delta t} = e^{-\bar{\lambda}_{t-\Delta t} \times (t-\Delta t)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{\lambda}_t \times t = -\ln(S_t) \\ \bar{\lambda}_{t-\Delta t} \times (t - \Delta t) = -\ln(S_{t-\Delta t}) \end{cases}$$

En remplaçant dans l'équation n°29, $\ln(S_{t-\Delta t})$ et $\ln(S_{t-\Delta t})$ par leurs valeurs dans chacune des équations précédentes :

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_{t-\Delta t;t} \times \Delta t = \bar{\lambda}_t \times t - \bar{\lambda}_{t-\Delta t} \times (t - \Delta t) \quad \text{n°30}$$

- Par ailleurs, on déduit la fonction d'intensité $\lambda(t)$ de la fonction de probabilité de défaut non conditionnelle $D(t)$:

$$F(t) = -\ln(1 - D_t)$$

Où $F(t)$ ressort comme la fonction composée de $F(u) = -\ln(u_D)$, avec $u_D = 1 - D_t$

$$\Rightarrow F'(t) = \lambda(t) = \frac{D'(t)}{1 - D(t)} \quad \text{n°31}$$

Précisons la signification de l'équation n°31 en reprenant les termes de Gilbert Saporta¹⁰ : « la fonction d'intensité $\lambda(t)$, selon les domaines d'application est appelée « taux instantané de défaillance », « fonction de hasard » ou encore « quotient de mortalité ». Pour une durée de vie T où T est une variable continue représentant une durée, $\lambda(t)$ s'interprète comme la probabilité de décès immédiatement après t , sachant que l'on a survécu jusqu'à $T = t$ ».

En effet, l'équation n°31 peut être réécrite comme suit selon son expression différentielle :

$$\lambda(t) = \frac{\frac{dD_t}{dt}}{1 - D(t)} \Rightarrow \lambda(t) \cdot dt = \frac{dD_t}{1 - D(t)}$$

$\lambda(t) \cdot dt$ représente la probabilité de défaut conditionnelle au voisinage de t lorsque Δt devient infiniment petit, dD_t est l'accroissement marginal de la fonction de défaut non conditionnelle par rapport au temps au voisinage de t , et $1 - D(t)$ est la fonction de survie par rapport au temps, jusqu'à t .

Enfin, l'équation n°31 peut être écrite sous sa forme probabiliste impliquant la fonction de répartition $D(t) = p(T \leq t)$ et la fonction de densité de décès $D'(t) = p(t < T < t + dt)$, ou encore la fonction de survie $p(T \geq t) = 1 - p(T \leq t)$:

$$\lambda(t) = \frac{p(t < T < t + dt)}{1 - p(T \leq t)} = \frac{p(t < T < t + dt)}{p(T \geq t)} = p(t < T < t + dt | T > t)$$

- La probabilité de défaut conditionnelle $d_{\Delta t}$ sur un intervalle de temps Δt égal à $[t; t + \Delta t]$ peut être déduite de la probabilité de survie $S(t) = 1 - D(t)$:

$$S_t = S_{t-\Delta t} \times (1 - d_{\Delta t})$$

$$d_{\Delta t} = 1 - \frac{S_t}{S_{t-\Delta t}} = 1 - \frac{e^{-F(t)}}{e^{-F(t-\Delta t)}} = 1 - \frac{e^{-\bar{\lambda}_t \times t}}{e^{-\bar{\lambda}_{t-\Delta t} \times (t-\Delta t)}} \quad \text{n°32}$$

¹⁰ Gilbert Saporta, « Probabilités, analyse des données et statistique », éd. Technip, 3^e édition, pages 19-20.

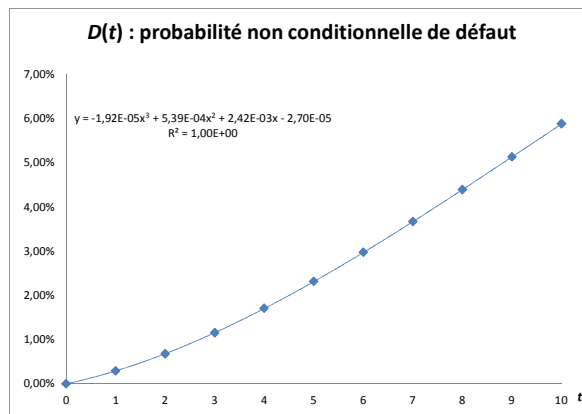
1.2.2 Illustration à partir d'une matrice de transition de S&P

L'espérance de défaut en fonction du temps (exprimé en années) selon une certaine note de crédit peut être déduite des matrices de transitions à un an établies par les agences de notation. Nous choisissons ci-après la catégorie des sociétés notées BBB¹¹.

- Par interpolation la fonction de la probabilité de défaut $D(t)$ est approchée par le polynôme suivant :

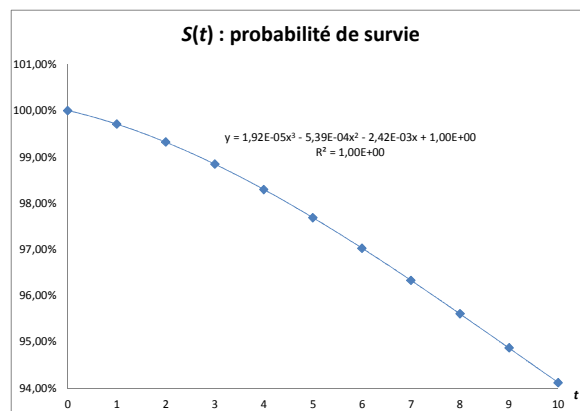
$$D(t) \cong -\frac{1,9}{10^5}t^3 + \frac{5,4}{10^4}t^2 + \frac{2,4}{10^3}t - \frac{2,7}{10^5}$$

$$\Rightarrow D'(t) \cong -\frac{5,8}{10^5}t^2 + \frac{10,8}{10^4}t + \frac{2,4}{10^3}$$



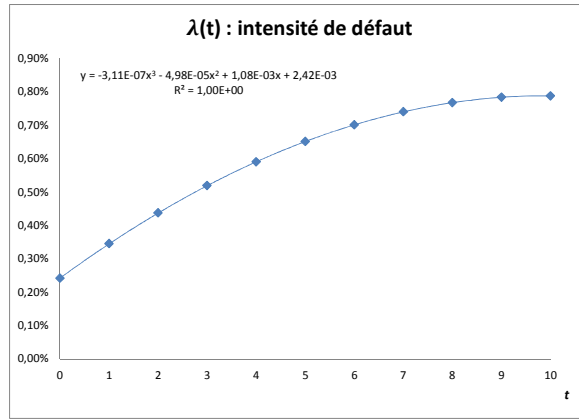
On déduit aisément la fonction de survie $S(t)$ de celle de défaut $D(t)$: $S(t) = 1 - D(t)$

$$\Rightarrow S(t) \cong 1 + \frac{2,7}{10^5} + \frac{1,9}{10^5}t^3 - \frac{5,4}{10^4}t^2 - \frac{2,4}{10^3}t$$



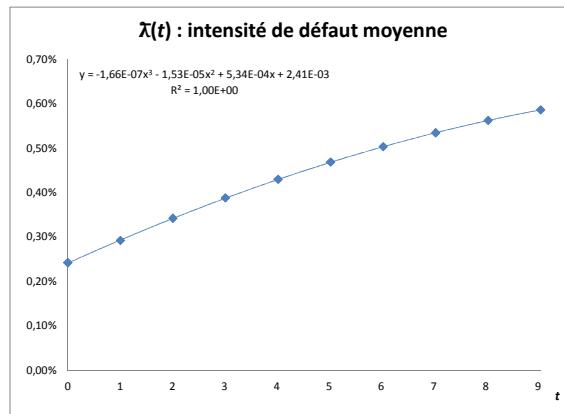
- De l'équation n°31, $\lambda(t) = \frac{D'(t)}{1-D(t)}$, l'on déduit les valeurs de la fonction d'intensité $\lambda(t)$, dont l'équation par interpolation polynomiale est la suivante : $\lambda(t) \cong -\frac{3,1}{10^7}t^3 - \frac{5,0}{10^5}t^2 + \frac{1,1}{10^3}t + \frac{2,4}{10^3}$

¹¹ En première approximation, nous supposons ici que les matrices de transition sont des chaînes de Markov i.e. que la probabilité de défaut de la période t ne dépendrait que de celle de la période précédente $t-1$. La matrice de transition à un an qui sous-tend les probabilités de défaut retenues ici pour les années ultérieures, établie en 2005 par S&P, est issue de : Patrice Poncet et Roland Portait, « Finance de marché », 4^e éd. Dalloz, page 928.



Une intensité de défaut croissante / (décroissante) est symptomatique d'un phénomène de vieillissement ou de dégradation / (rajeunissement ou de rétablissement). En l'absence de vieillissement, voire à l'inverse de rajeunissement, une intensité constante traduit une situation où le décès résulte de causes aléatoires externes et d'intensité constante.

- De l'équation n°27 on déduit les valeurs de la fonction d'intensité moyenne $\bar{\lambda}_t$: $\bar{\lambda}_t = -\frac{\ln(1-D_t)}{t}$
 Son équation par interpolation polynomiale est la suivante : $\bar{\lambda}_t \cong -\frac{1,66}{10^7}x^3 - \frac{1,53}{10^5}x^2 + \frac{5,34}{10^4}x + \frac{2,41}{10^3}$

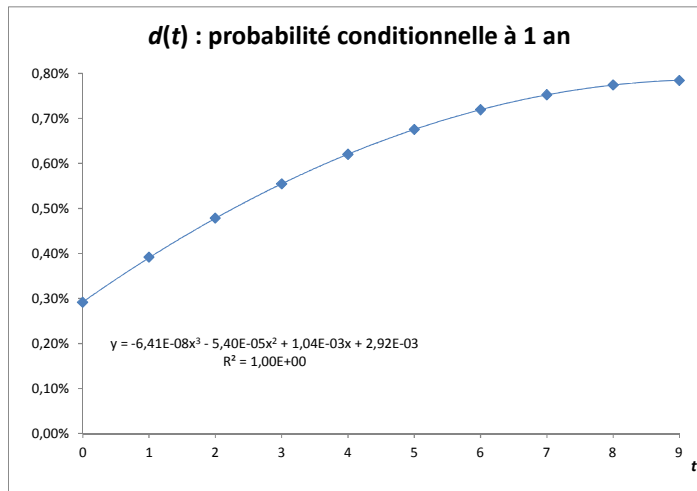


- De l'équation n°32 on déduit la fonction de probabilité conditionnelle $d_{\Delta t}$:

$$d_{\Delta t} = 1 - \frac{e^{-\bar{\lambda}_t \times t}}{e^{-\bar{\lambda}_{t-\Delta t} \times (t-\Delta t)}}$$

Par interpolation, l'équation de $F(T)$ peut être également approchée comme suit :

$$D(t) \cong -\frac{6,4}{10^8}t^3 - \frac{5,4}{10^5}t^2 + \frac{1,0}{10^3}t + \frac{2,9}{10^3}$$



1.3 Le défaut d'intensité constante est assimilable à un processus de Poisson

Une variable aléatoire suivant un processus de Poisson (Siméon Denis) est caractérisée par un coefficient d'intensité λ par unité de temps, ce qui permet d'assimiler un tel processus au cas particulier précédemment exposé dans lequel la fonction d'intensité de défaut est constante.

En effet, rappelons que selon la définition d'un Processus de Poisson, les nombre d'occurrences dans des intervalles de temps disjoints sont indépendants et que leur moyenne par unité de temps est égale à λ soit le coefficient d'intensité¹².

L'hypothèse d'indépendance et de répétition des occurrences qui peut sembler absurde s'agissant du risque de défaut d'une entreprise considérée individuellement est ici purement auxiliaire, l'objectif visé étant uniquement d'établir la probabilité de survenance du 1^{er} défaut, qui en pratique sera supposé exclusif des suivants.

Par suite, si l'on désigne par Y_θ la variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ ; $Y_\theta \rightarrow \mathcal{P}(\lambda)$, correspondant au nombre d'occurrences de défaut par unité de temps θ avec ; $\theta = 1$, alors la variable $Y_t = \frac{t}{\theta} Y_\theta$, désignant le nombre d'occurrences potentielles sur l'intervalle de temps ; $]t - 1 ; t]$, tel que : $t/\theta = t$; suit une loi de Poisson d'intensité $\lambda \times t$:

$$Y_t \rightarrow \mathcal{P}(\lambda \times t)$$

La probabilité d'occurrence de k défauts durant un intervalle de temps $[0 ; t]$ serait ainsi égale à :

$$p(Y_t = k) = e^{-\lambda t} \times \frac{(\lambda t)^k}{k!} \quad n^\circ 33$$

Par conséquent, la probabilité que ne survienne aucun défaut, i.e. la probabilité de survie durant l'intervalle de temps $]0 ; t]$ est égale à :

$$S_t = p(Y_t = 0) = e^{-\lambda t} \times \frac{(\lambda t)^0}{0!} = e^{-\lambda t} \quad n^\circ 34$$

¹² Pour plus de précisions, cf. Gilbert Saporta, « Probabilités, analyse des données et statistique », 3^e édition, 2011, éd. Technip, p48-52.

On reconnaît dans l'équation n°34, l'expression de la probabilité de survie selon l'équation n°25, i.e. dans le cas où la fonction d'intensité de défaut est une constante. Ceci traduit une situation où le décès résulte de causes aléatoires externes et d'intensité constante.

En d'autres termes, il est équivalent de poser que la fonction d'intensité de défaut est une constante λ ou que le nombre potentiel de défauts par unité de temps est une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre λ .

1.4 Le spread de défaut obligataire et la probabilité de défaut réelle selon le modèle à intensité

1.4.1 Décomposition du spread de crédit avec des probabilités de défaut réelles

Le risque de défaut engendre une perte prévisible, dont l'espérance peut être retenue comme objectif de placement à condition d'envisager l'inclusion de l'actif dans un portefeuille de créances de même profil de risque. En ce sens, la perte attendue en cas de défaut converge vers l'espérance mathématique de perte par le mécanisme de la diversification résultant de la loi des grands nombres. Le rendement contractuel attendu d'une obligation en cas de survie de la société émettrice n'est donc pas égal à son espérance de rendement. L'écart entre le rendement contractuel en cas de survie et l'espérance de rendement attendue est une prime de risque de défaut. Cette prime peut être vue comme un correctif à apporter au taux d'actualisation (ou coût du capital) pour tenir compte de ce que les flux sont biaisés par rapport à leur espérance mathématique.

Les modèles usuels d'estimation du risque de défaut sont établis en univers « risque-neutre », c'est-à-dire qu'ils ne tiennent pas compte, au-delà de la prime de défaut, d'une rémunération du risque de dispersion du rendement effectif autour de son espérance mathématique. En d'autres termes, une fois ajustés du risque de défaut, les flux sont supposés être certains et sont actualisés au taux sans risque.

$$\hat{r} = \Pi_d + r_f \quad n^{\circ}35$$

Avec \hat{r} désignant le taux de rendement interne permettant d'égaliser le cours de l'obligation et la valeur présente des flux contractuels théoriques (coupons et remboursement du principal), Π_d la prime pour risque de défaut (ou spread de défaut) et r_f le taux sans risque pour une même durée résiduelle.

Il ne faut pas chercher une signification économique à l'approche risque-neutre, mais y voir une convention de calcul qui tire sa justification dans l'évaluation des dérivés optionnels de crédit qui ne nécessite pas d'estimer une prime de risque¹³.

A l'inverse de l'approche risque-neutre, nous nous plaçons dans le contexte réaliste d'aversion au risque, lequel implique l'exigence d'une prime de risque dans le calcul du rendement, conformément au MEDAF. En effet, l'obligation est un actif financier risqué dont le cours et donc le rendement évoluent à tout instant, tant pour des raisons propres à affecter le risque de signature de l'entreprise (effet de migration de la notation), qu'en raison de causes exogènes que sont principalement l'aversion au risque (variation de la prime de risque du marché dans son ensemble) et la variation du taux sans risque. A cette prime pour risque de dispersion du rendement effectif peuvent s'ajouter une prime pour illiquidité et une

¹³ Cf. John Hull, « Options futures et autres actifs dérivés », éd. Pearson, 8^e édition, § 23.5 La comparaison des estimations de probabilités de défaut, p555.

prime incompressible résiduelle¹⁴ constatée empiriquement entre le rendement actuariel d'une obligation corporate de notation AAA et celui d'un emprunt d'Etat de même notation et émis dans la même devise :

$$\hat{r} = \Pi_d + \underbrace{\beta_d \Pi_R + \Pi_A + \Pi_L + r_f}_{E(r)} \quad n^{\circ}36$$

Où β_d et Π_R désignent respectivement le bêta de l'obligation et la prime de risque du marché des actifs financiers au sens du MEDAF, Π_A la prime de risque résiduelle exigée d'une obligation corporate de notation AAA et Π_L une prime de liquidité.

Ainsi à ce stade, avant de plus amples développements, nous nous contenterons d'énoncer que la prime de défaut Π_d est un correctif apporté à l'espérance de rendement $E(r)$ de l'actif risqué pour tenir compte du fait que les flux prévisionnels ne sont pas des espérances mathématiques, mais des flux conditionnels en cas de survie. Il est ainsi proposé la distinction entre i) **le coût du capital** \hat{r} qui est un taux d'actualisation requis pour actualiser des flux en cas de survie, i.e. les flux contractuels s'agissant d'une obligation (coupons et capital), et ii) **l'espérance de rendement** de l'obligation $E(r)$ qui est le taux d'actualisation qui s'applique aux espérances mathématiques des flux, conformément au MEDAF.

$$E(r) = \hat{r} - \Pi_d \quad n^{\circ}37$$

$$\Leftrightarrow E(r) = \beta_d \Pi_R + \Pi_A + \Pi_L + r_f \quad n^{\circ}38$$

Ceci étant posé, la valeur présente de l'obligation V_0 à la date t_0 est calculable selon deux approches possibles :

- La première consiste à actualiser les flux contractuels, CF , i.e. attendus en cas de survie, au taux actuariel \hat{r} :

$$V_0 = \sum \frac{CF_i}{(1 + \hat{r})^i}$$

- La seconde consiste à actualiser les espérances mathématiques des flux, $E(CF)$, i.e. en tenant compte de la probabilité de survie, de la probabilité de défaut, et du taux de récupération de la créance en cas de défaut (leur mode de calcul étant exposé infra). Ces flux sont actualisés à un taux égal à l'espérance mathématique du rendement de l'obligation, $E(r)$:

$$V_0 = \sum \frac{E(CF_i)}{(1 + E(r))^i}$$

$$\Rightarrow V_0 = \sum \frac{CF_i}{(1 + \hat{r})^i} = \sum \frac{E(CF_i)}{(1 + E(r))^i} \quad n^{\circ}39$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} E(r) \leq \hat{r} \\ E(CF) \leq CF \end{cases}$$

¹⁴ Voir § 3.4 page 40.

1.4.2 Valeur de l'obligation en fonction de la probabilité de défaut et du taux de récupération

1.4.2.1 Cas d'un flux mono-périodique

Si l'on envisage dans un premier temps la valeur V_0 d'une obligation ne dépendant que d'un flux mono-périodique, qui sera perçu à la date T , avec une probabilité $(1 - d)$ et qu'en cas de défaut de probabilité d , le taux de récupération de cette créance soit estimé à un pourcentage R du montant dû :

$$V_0 = \frac{(1 - d) \cdot CF_T + d \cdot R \cdot CF_T}{(1 + E(r))^T} \quad n^{\circ}40$$

Si l'on désigne par V_f l'espérance de la valeur future de l'obligation, i.e. V_0 capitalisée au taux égal à l'espérance de rendement de l'obligation $E(r)$, lequel correspond au taux attendu en cas de survie \hat{r} (taux contractuel), diminué de la prime de défaut Π_d , alors en posant pour alléger l'écriture que $E(r) = r$

$$\Rightarrow V_0 \times (1 + r)^T = V_f = (1 - d) \cdot CF_T + d \cdot R \cdot CF_T \quad n^{\circ}41$$

$$\Rightarrow V_f = CF_T - d \cdot CF_T \cdot (1 - R) \quad n^{\circ}42$$

On reconnaît dans le second membre de l'équation ci-dessus, la différence entre le cash flow en cas de survie CF_T et la perte en cas de défaut ; $P_t = CF_T \cdot (1 - R)$, pondérée par la probabilité de défaut d .

$$\Rightarrow V_f = CF_T - d \cdot P_T \quad n^{\circ}43$$

En d'autres termes, l'espérance de valeur future V_f peut être vue comme :

- La moyenne des flux prévisionnels selon les scénarios de réalisation exclusifs pondérée par la probabilité de chaque scénario, soit l'équation n°41 qui est la définition de l'espérance mathématique de la valeur future ;
- Le flux CF_T conditionnel en cas de survie, diminué de la perte probabilisée en cas de défaut, soit l'équation n°43.



Remarque :

On considère en général que ; $R \in [0; 1]$, i.e. que le taux de récupération ne peut être inférieur à zéro. On exclut ici le cas de figure où le créancier est appelé en comblement de passif pour soutien abusif. D'autre part, est également exclu en général le cas où le taux de récupération est supérieur à 1, lequel peut survenir quand le créancier devenant actionnaire suite à une recapitalisation par abandon de créance parvient à redresser l'entreprise et à cristalliser une valeur d'entreprise supérieure au montant de l'endettement initial. De tels scénarios sont parfaitement possibles et leur fréquence dépend du droit de la faillite en vigueur et de celui des contrats.



Si l'on se place dans le cas standard où $R \in [0; 1]$, alors l'équation n°42 peut être réécrite comme suit :

$$\Rightarrow V_f = CF_T (1 - d \cdot (1 - R)) \quad n^{\circ}44$$

$$\Rightarrow V_f = CF_T S_{\epsilon} \quad n^{\circ}45$$

Où S_{ϵ} désigne la probabilité de survie ajustée du taux de perte en cas de défaut. Dans le cas où $R \in [0; 1]$, (cf. supra), le taux de perte en cas de défaut est lui aussi compris entre zéro et un, ce qui implique que la probabilité de survie des flux exprimés en unité monétaire S_{ϵ} est généralement supérieure ou égale à la probabilité de survie S_t des effectifs d'entreprises incluses dans un portefeuille de créances.

$$R \in [0; 1] \Rightarrow S_{\epsilon} \geq S_T$$

- Si l'on suppose que la valeur de l'obligation est égale à 100 %, ce qui implique l'égalité entre le rendement nominal et le rendement actuariel, alors par définition :

$$\begin{cases} CF = (1 + \hat{r})^T \\ V_0 = \frac{CF}{(1 + \hat{r})^T} = 1 \end{cases} \quad n^{\circ}46$$

En remplaçant CF dans l'équation n°44 par sa valeur dans la première égalité n 46 :

$$\begin{aligned} V_0 = 1 &= \frac{(1 + \hat{r})^T \cdot (1 - d \cdot (1 - R))}{(1 + r)^T} \\ \Leftrightarrow \frac{1 + \hat{r}}{1 + r} &= (1 - d \cdot (1 - R))^{-\frac{1}{T}} \end{aligned}$$

D'où l'on tire l'expression de la prime de défaut, Π_d , pour un flux mono-périodique discret :

$$\hat{r} - r = \left((1 - d \cdot (1 - R))^{-\frac{1}{T}} - 1 \right) (1 + r) = \Pi_d \quad n^{\circ}47$$

Ou encore, en remplaçant $1 - d \cdot (1 - R)$ par S_{ϵ} :

$$\Pi_d = (1 + r) \left(\frac{1}{\sqrt[T]{S_{\epsilon}}} - 1 \right) \quad n^{\circ}48$$

- On peut également exprimer la prime de défaut à partir de taux logarithmiques, i.e. composés en temps continu, en posant ; $r' = \ln(1 + r)$ et ; $\hat{r}' = \ln(1 + \hat{r})$:

$$\begin{cases} CF = e^{\hat{r}'T} \\ V_0 = e^{\hat{r}'T} (1 - d(1 - R)) e^{-r'T} = 1 \end{cases} \quad n^{\circ}49$$

$$\Pi'_d = \hat{r}' - r' = -\frac{\ln(1 - d(1 - R))}{T} = -\frac{\ln(S_{\epsilon})}{T} \quad n^{\circ}50$$

Avec : $\hat{r} = e^{(\Pi'_d + r')} - 1$

1.4.2.2 Cas d'une obligation in fine de plus de 1 an

En présence de plusieurs flux prévisionnels, le risque de défaut d'une obligation in fine ne peut être traité comme une somme de zéro coupons indépendants les uns des autres. En effet, la survenance d'un défaut à une date intermédiaire compromet la perception des flux ultérieurs, lesquels sont ainsi dépendants de la survie de l'entreprise jusqu'à la date qui précède celle de leur versement. L'approche simple exposée pour un flux mono-périodique dans l'équation n°41 ne peut donc être retenue en l'appliquant à chaque cash flow prévisionnel. En revanche, l'équation n°43 demeure valide, i.e. qu'il est possible d'évaluer l'obligation en actualisant au taux sans risque de défaut r , les flux futurs contractuels diminués des pertes prospectives résultant des défauts et estimées à chaque date de perception d'un flux.

Soit par exemple une obligation in fine à coupon annuel dont la valeur V_0 à $t = 0$ est la suivante :

$$V_0 = \frac{CF_1}{1 + \hat{r}} + \frac{CF_2}{(1 + \hat{r})^2} \quad n^\circ 51$$

Où \hat{r} désigne le taux actuariel de l'obligation.

Alors V_0 est aussi égale à la valeur des flux en cas de survie diminués des pertes de valeur probabilisées :

$$V_0 = \frac{CF_1 - d_1 P_1}{1 + r} + \frac{CF_2 - d_2 P_2}{(1 + r)^2} \quad n^\circ 52$$

Où r désigne l'espérance de rendement de l'obligation, i.e. le taux actuariel diminué de la prime de défaut : $r = \hat{r} - \Pi_d$, conformément à l'équation n°37. Où par ailleurs d_1 désigne la probabilité de défaut (non) conditionnelle sur la période $]0 ; t_1]$ et d_2 la probabilité de défaut conditionnelle sur la période $]t_1 ; t_2]$. Avec :

$$\begin{cases} P_2 = CF_2(1 - R) \\ P_1 = F_1(1 - R) = \frac{CF_2(1 - R)}{1 + r} \end{cases} \quad n^\circ 53$$

Où $F_1(1 - R)$ désigne la perte de valeur à la date t_1 en cas de défaut sur la période $]0 ; t_1]$, cette perte correspondant au produit de l'espérance de valeur à cette date, $F_1 = \frac{CF_2}{1+r}$ et du taux de perte en cas de défaut $(1 - R)$.

Plus généralement, si le taux de recouvrement en cas de défaut est constant et égal à R :

$$V_0 = \sum_1^T \frac{CF_i}{(1 + r)^i} - (1 - R) \times \sum_1^T \frac{d_i F_i}{(1 + r)^i} \quad n^\circ 54$$

Avec :

$$\begin{cases} F_i = \sum_{\theta=1}^n \frac{CF_{i+\theta}}{(1 + r)^\theta} & \text{si } i < T \\ F_i = CF_T & \text{si } i = T \end{cases} \quad n^\circ 55$$

avec $n = T - i$

Remarque :

On peut tout à fait imaginer que le taux de récupération R soit lui-même fonction du temps. Il peut être par exemple décroissant du fait de l'obsolescence des actifs financés. A l'inverse il peut augmenter si le rythme de remboursement des dettes est supérieur à celui de l'obsolescence des actifs. Le taux R peut par

ailleurs être traité comme une variable aléatoire dont est connue l'espérance à une date future T , mais qui présente un certain degré d'incertitude exprimé par son coefficient de variation, lequel peut à son tour être d'autant plus élevé que T est éloignée. Certains auteurs notent par ailleurs que R dépend du cycle économique¹⁵, la valeur liquidative des actifs se dépréciant en bas de cycle alors que la corrélation des défauts engendre un afflux d'offre d'actifs.

1.4.3 Probabilité de défaut en fonction du spread de défaut et du taux de récupération

Avant tout calcul, la notation de la créance donne une première indication de la probabilité de défaut si l'on se réfère aux matrices de transition établies par les agences de notation. Ces statistiques sont toutefois établies sur de longues périodes d'observation, de sorte qu'elles recouvrent plusieurs cycles économiques. Ces matrices dites « through the cycle » ont pour effet de lisser les variations des taux de défaut observés entre bas de cycle et haut de cycle. Or les anticipations des agents en fonction du positionnement dans le cycle économique peuvent s'éloigner des probabilités établies sur le long terme. Dans ces conditions, il est intéressant de déduire des spreads obligataires quelles sont les taux de défaut anticipés à une date donnée. Une telle approche présente toutefois plusieurs écueils résultant classiquement de l'impossibilité pratique de connaître ou d'interpréter avec certitude les anticipations des agents :

- Le niveau général d'aversion au risque doit être estimé, ce qui implique l'estimation de la prime de risque de marché, selon le MEDAF, dans lequel le portefeuille de marché recouvre actions, obligations et produits dérivés ;
- Le taux de recouvrement en cas de défaut n'est pas indépendant du cycle économique ;
- Les bêtas des actifs sont difficilement anticipés ;
- Les primes de liquidité ne sont pas non plus stables ;
- ...

Par conséquent, toute estimation des anticipations de défaut résultera d'une modélisation nécessairement empreinte d'une part de simplification et de subjectivité.

1.4.3.1 Estimations à partir d'une obligation in fine, sans courbes de taux

Si l'on se réfère à la formule n°54, et si l'on pose que l'espérance de rendement r de l'actif financier est anticipable, (prime de risque, bêta de l'actif), de même que le taux de recouvrement R , alors les seules données inconnues sont les probabilités de défaut annuelles d_i :

$$V_0 = \sum_1^T \frac{CF_i}{(1+r)^i} - (1-R) \times \sum_1^T \frac{d_i F_i}{(1+r)^i} \quad \text{équation n°56}$$

En l'absence de « courbe des taux de défaut conditionnelles » à disposition, en première approximation, la probabilité de défaut à l'horizon de temps T correspondant à l'échéance de l'obligation peut être estimée en supposant constante la fonction de défaut conditionnelle : $d(t) = d \quad \forall t$. L'équation n°54 devient alors ;

¹⁵ E.I. Altman, B. Brady, A. Resti et A. Sironi, "The link between Default and recovery rates: Theory, Empirical Evidences and Implications", Journal of Business, 78, 6 (2005), 2203-2228.

$$\sum_1^T \frac{CF_i}{(1+r)^i} - V_0 = d \times (1-R) \times \sum_1^T \frac{F_i}{(1+r)^i} \quad \text{équation n°57}$$

La somme du premier membre de l'équation, n'est autre que la valeur hypothétique de l'obligation en l'absence de prise en compte de la prime de défaut, i.e. la valeur des cash flows contractuels actualisés à un taux égal à l'espérance de rendement de l'obligation, tel que défini selon les expressions n°36 à 38. Si l'on désigne par $V_{f;i}$ cette valeur hypothétique en l'absence de défaut à l'horizon de temps i , alors l'équation devient :

$$V_{f;0} - V_0 = d \times (1-R) \times \sum_1^T \frac{V_{f;i}}{(1+r)^i} \quad \text{équation n°58}$$

Où « $V_{f;0} - V$ » peut être interprété comme la perte de valeur de l'obligation risquée par rapport à sa valeur hypothétique, du fait du risque de défaut.

D'où l'on déduit la valeur de la probabilité de défaut conditionnelle, d :

$$d = \frac{V_{f;0} - V_0}{(1-R) \times \sum_1^T \frac{V_{f;i}}{(1+r)^i}} \quad \text{équation n°59}$$

A titre d'illustration, prenons l'exemple d'une obligation émise au pair, (de valeur égale au nominal et à la valeur de marché), in fine, de durée 3 ans et de rendement actuariel identique au rendement nominal égal à 2,6 %. Supposons que connaissant le bêta moyen des obligations in fine de même notation et de durée résiduelle identique, l'espérance de rendement r soit estimée à 2,0 %. Enfin, le taux de recouvrement est estimé à 40 % :

- La valeur hypothétique à l'émission, en l'absence de défaut, $V_{f;0}$, serait égale à 101,73.

$$V_{f;0} = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \frac{CF_3}{(1+r)^3}$$

$$V_{f;0} = \frac{2,6}{1,02} + \frac{2,6}{1,02^2} + \frac{102,6}{1,02^3} = 101,73$$

- La valeur hypothétique dans un an, toutes choses égales par ailleurs, $V_{f;1}$, serait égale à 101,16.

$$V_{f;1} = \frac{CF_2}{(1+r)^1} + \frac{CF_3}{(1+r)^2}$$

$$V_{f;1} = \frac{2,6}{1,02} + \frac{102,6}{1,02^2} = 101,16$$

- La valeur hypothétique à dans deux ans, $V_{f;2}$, serait égale à 100,59.

$$V_{f;2} = \frac{CF_3}{(1+r)^1}$$

$$V_{f;2} = \frac{102,6}{1,02} = 100,59$$

- Enfin, celle à 3 ans, $V_{f;3}$, au moment du remboursement de 100 et du paiement du dernier coupon de 2,6, en l'absence d'aucune actualisation, serait de 102,6
- La valeur présente des pertes futures en cas de défaut est ainsi égale à 175,53 :

$$(1 - R) \times \sum_1^T \frac{V_{f,i}}{(1+r)^i} = 0,6 \times \left(\frac{101,16}{1,02} + \frac{100,59}{1,02^2} + \frac{102,6}{1,02^3} \right) = 175,53$$

- La différence de valeur qui résulte de la prise en compte du risque de défaut est quant à elle égale à 1,73 :

$$V_{f;0} - V_0 = 101,73 - 100 = 1,73$$

- Si l'on suppose faute de données complémentaires que les probabilités de défaut conditionnelles de chacune des 3 années à venir sont égales à une constante d , alors, selon l'équation n°59, elle s'établit à 0,9858 % :

$$d = \frac{1,73}{175,53} = 0,9858 \times 10^{-2}$$

- Nous sommes dans le cas où l'intensité moyenne de défaut est égale à une constante : $\bar{\lambda} \times \Delta t = d$, avec $\Delta t = 1$. Conformément à l'équation n°25, la fonction de survie est égale à $S(t) = e^{-\bar{\lambda} \times t}$, et la fonction de défaut cumulée s'en déduit : $D(t) = 1 - S(t)$:

		1 an : t = 1	2 ans : t = 2	3 ans : t = 3
$S(t)$	Fonction de survie	99,0191%	98,0477%	97,0859%
$D(t)$	Fonction de défaut non conditionnelle	0,9809%	1,9523%	2,9141%

Ainsi, la probabilité de défaut à trois ans, implicite au spread de défaut de l'obligation serait estimée à 2,91 %, au cas d'espèce.

1.4.3.2 Approximation selon John Hull

Dans leurs travaux, John Hull et al. retiennent comme approximation du spread de défaut, Π_d , en univers risque-neutre la formule suivante¹⁶ :

$$\Pi_d = \bar{\lambda} \times (1 - R) \quad \text{équation n°60}$$

Où Π_d désigne l'écart entre le taux actuariel de l'obligation et le taux sans risque (tous deux exprimés en temps continu en rendements logarithmiques). Selon nous, rien ne s'oppose à généraliser cette approche à l'univers averse au risque. Dans ce cas, la prime de défaut est égale à la différence entre le taux actuariel logarithmique \hat{r}' et l'espérance de rendement logarithmique r' (tels que défini précédemment dans l'équation n°49).

Dans l'exemple traité précédemment, l'approche simplifiée retenue dans l'équation n°57 conduit à une intensité de défaut de 0,9775 %, sensiblement identique à celle obtenue par un calcul détaillé, soit 0,9858 % :

$$\bar{\lambda} = \frac{\left(\ln \left(1 + \frac{2,6}{100} \right) - \ln \left(1 + \frac{2}{100} \right) \right)}{\left(1 - \frac{40}{100} \right)}$$

¹⁶ Hull, John C. and Predescu, Mirela and White, Alan, Bond Prices, "Default Probabilities and Risk Premiums", (March 9, 2005). SSRN : <https://ssrn.com/abstract=2173148>

Inversement, si l'on retient l'intensité de défaut moyenne établie dans l'exemple, soit 0,9858 %, l'application de la formule n°57, conduit à l'estimation d'un spread de défaut (logarithmique) de 0,5915 %, contre 0,5865 % selon notre approche, soit un écart relatif de 0,8%, non significatif.

$$\frac{0,5865}{100} = \ln\left(1 + \frac{2,6}{100}\right) - \ln\left(1 + \frac{2}{100}\right)$$

Enfin, l'intensité moyenne de 0,9775 % résultant de l'approche simplifiée conduit (selon l'équation n°25) à estimer la probabilité de défaut cumulée à 3 ans à 2,89 % contre 2,91 %, soit là encore, un écart minime avec l'approche détaillée.

En règle générale, nous observons que cette approximation donne des résultats satisfaisants pour les rendements *investment grade*, des écarts significatifs pouvant apparaître pour les notations faibles, en deçà de la notation B, étant précisé toutefois que les erreurs ainsi engendrées nous semblent acceptables d'un point de vue opérationnel compte tenu de la part de subjectivité qui préside à l'affectation de la note elle-même. Cette formule d'approximation, outre son extrême simplicité, présente l'intérêt de souligner le lien entre la prime de défaut et ses deux principales variables explicatives que sont l'intensité de défaut moyenne annuelle $\bar{\lambda}$ et le pourcentage de perte en cas de défaut, $(1 - R)$.

1.4.3.3 Estimation d'une courbe des taux de défaut à partir des spreads de défaut de différentes maturités

La démarche exposée précédemment au § 1.2.3.1 peut être suivie pour estimer le taux de défaut non conditionnel d'une obligation à 1 an dont le rendement actuariel serait égal à la moyenne des obligations in fine ayant une certaine notation. Ce calcul permettant par ailleurs de connaître l'intensité de défaut moyenne de cette première échéance, cette donnée pourra être réutilisée ensuite pour le calcul de la probabilité de défaut des obligations de même notation et d'échéance 2 ans, puis cette démarche reproduite pour les échéances ultérieures. Il en ressort ainsi une courbe des taux d'intensité et une courbe des taux de défaut cumulé par échéance et par notation.

2 Du spread de défaut obligataire à la prime de défaut-action

2.1 Points communs obligation/action et généralisation de la prime de défaut

Les raisonnements tenus pour une obligation corporate in fine peuvent sans difficulté être étendus à l'évaluation d'une dette perpétuelle à taux fixe et par conséquent à l'évaluation d'une action.

- la dette perpétuelle se distingue de l'obligation in fine par l'incertitude touchant à la valeur de sortie pour l'investisseur au terme de son horizon de placement, lequel n'est pas infini (bien que la dette soit perpétuelle). Cette valeur de sortie est dépendante du taux sans risque, du niveau général de la prime de risque et du risque de défaut qui prévaudront à la date de sortie ;
- le modèle d'évaluation de l'action ajoute à cela une incertitude supplémentaire quant au niveau des cash flows libres pour l'actionnaire (cf. définition infra), ces derniers étant conditionnels à la réalisation de bénéfices et au respect de certaines contraintes prudentielles qui commandent le levier d'endettement.

La différence fondamentale entre l'évaluation de l'obligation et celle de l'action réside dans ce que les flux prévisionnels pour l'actionnaire ne sont ni contractuels ni bornés, et se définissent comme des estimations reposant sur la capacité bénéficiaire prévisible de l'émetteur. Les flux pour l'actionnaire sont donc nécessairement plus aléatoires que ceux revenant aux obligataires. Inversement, ce qui est commun aux deux modèles actuariels, est qu'ils reposent sur des prévisions qui sont par définition, ou de facto, des flux en cas de survie de l'émetteur :

- les coupons et les remboursements qui permettent de calculer le taux actuariel, \hat{r} , de l'obligation ne seront, par définition, perçus qu'en cas de survie de l'émetteur. Comme mentionné précédemment, en moyenne, l'espérance mathématique de rendement pour un investisseur, r , est inférieure au taux actuariel du fait de la probabilité de défaut de l'émetteur de l'obligation ;
- de même, les prévisions de cash flows libres pour l'actionnaire sont par convention explicite ou implicite, établies elles aussi en cas de survie de la société. Par conséquent, le coût du capital, \hat{r} , retenu pour actualiser ces flux prévisionnels conditionnels, est lui aussi supérieur à l'espérance de rendement de l'action, r , basée sur des flux ajustés de la perte en cas de défaut.

Nous invitons le lecteur qui aurait déjà eu à évaluer une entreprise, soit à partir des prévisions du management, soit à partir de prévisions externes, à l'examen de conscience suivant : a – t – il jamais eu à faire à des prévisions correspondant véritablement à des espérances mathématiques, i.e. à des prévisions ajustées de la perte en cas de défaut ? S'il n'est pas rare en effet d'observer des prévisions probabilisées, la prise en compte du scénario de mortalité, n'est en revanche quasiment jamais pratiquée par les auteurs des dites prévisions.

Personne n'aurait l'idée d'actualiser les cash flows contractuels attendus d'une obligation à un taux différent du taux actuariel de marché, \hat{r} , et en particulier surtout pas au taux r , égal à l'espérance de rendement déflatée du risque de défaut. Il est donc étrange que tant d'évaluations d'actions se fondent sur un taux supposé correspondre à l'espérance de rendement des actions, r , pour actualiser des prévisions conditionnelles en cas de survie !

Rappelons que le risque de défaut « réduit » l'espérance du flux comparée à la prévision en cas de survie. Son caractère idiosyncratique ou sa prise en compte dans le risque systématique est une autre question, qui touche au calcul du bêta. A ce titre, l'ajustement du bêta par la formule d'Hamada pour tenir compte du levier d'endettement n'a d'autre ambition que de corriger le risque systématique du levier

d'endettement et ne dispense pas de corriger par ailleurs le calcul de l'espérance des flux pour tenir compte du risque de défaut de l'entreprise¹⁷, lequel du reste, existe que la société soit ou non endettée... En d'autres termes, il convient de rejeter l'assertion trop souvent répandue, selon laquelle le risque de défaut, (voire un risque de prévision), peut être appréhendé par le bêta. Le MEDAF sur lequel repose ce dernier appréhende en effet des espérances mathématiques de flux et pas des flux biaisés pour non prise en compte du risque de défaut (ou pour excès d'optimisme)¹⁸.

De ce qui vient d'être énoncé, on déduit la formule du **coût du capital** d'une action, i.e. le taux à retenir pour actualiser les cash flows libres pour l'actionnaire, ainsi que **l'espérance de rendement** de l'action, laquelle est censée représenter le retour sur investissement pour l'actionnaire, i.e. le cumul du taux d'accroissement de la valeur et du rendement du dividende.

$$\hat{r} = \Pi_d + \Pi_o + \underbrace{\beta_L \Pi_R + \Pi_L + r_f}_r \quad n^{\circ}61$$

Comme on peut le constater, cette équation n'est pas fondamentalement différente de l'équation n°36 applicable à une obligation. Elle s'en distingue néanmoins par l'adjonction d'une prime de risque pour excès d'optimisme ou de confiance, Π_o , ce biais étant de notre point de vue consubstantiel à tout exercice de prévision par un cerveau humain. Pour mémoire, une telle prime peut être estimée en moyenne en comparant sur plusieurs cycles économiques, l'écart entre les prévisions des analystes (ou émanant des sociétés elles-mêmes) et les réalisations effectives¹⁹.



Précisions sur le cash flow libre pour l'actionnaire :

Le cash flow libre pour l'actionnaire dégagé par une entreprise durant un intervalle de temps donné (un exercice annuel par exemple), se définit comme la CAF, diminuée de l'investissement net des produits de cession d'immobilisations, augmentée/(diminuée) de la réduction/(l'accroissement) de BFR, et de l'accroissement/(réduction) de l'endettement financier, et enfin ajustée de la mise en réserve pour raison prudentielle d'une partie ce flux, peu de sociétés pouvant en effet se permettre d'exercer leur activité sans un minimum de fonds propres et de liquidités. Par conséquent, pour le calcul de la valeur résiduelle dans un DCF, ce cash flow supposé normatif ne peut être supérieur au bénéfice (à tout le moins dans une approche *stand alone*).

$$CF_L = CAF - Iv - \Delta BFR + \Delta D - \Delta FP$$

Où *CAF* désigne la capacité d'autofinancement de la période, *Iv* l'investissement net de produits de cession, ΔBFR la variation du besoin en fonds de roulement, ΔD la variation de l'endettement financier et ΔFP , le réinvestissement prudentiel d'une partie du cash flow pour le pilotage du crédit de l'entreprise auprès de ses différents interlocuteurs (fournisseurs, clients, prêteurs, salariés).



¹⁷ Sur cette question, nous invitons le lecteur à consulter l'article suivant : Clère, Roland, "After Modigliani, Miller and Hamada; A New Way to Estimate Cost of Capital? (Après Modigliani, Miller et Hamada: une nouvelle façon d'estimer le coût du capital?)", (November 23, 2016). Available at SSRN : <https://ssrn.com/abstract=2868702>

¹⁸ Pour de plus amples développements sur cette question : <http://www.fairness-finance.com/fairness-finance/cms/fr/2-34/fiche-n-3-compatibilite-avec-le-medaf.dhtml>

¹⁹ Idem note précédente. Une abondante littérature sur les biais de prévision des analystes financiers est par ailleurs rassemblée ci-après : <http://www.fairness-finance.com/fairness-finance/cms/fr/4-25/liens-utiles-bibliographie-choisie.dhtml>

2.2 Exemple de probabilité de défaut déduite du coût implicite des fonds propres

Illustrons ci-après par un exemple, les étapes du calcul conduisant à estimer la probabilité de défaut d'un émetteur à partir du coût implicite du capital d'une action²⁰. Dans ce qui suit, le coût implicite du capital, \hat{r} , de l'action est le TRI qui permet d'égaliser les prévisions de cash flows libres pour l'actionnaire, par action, et la valeur du titre, telle que constatée en bourse par exemple. Par simplification, nous supposons les flux non entachés d'un biais d'optimisme/excès de confiance, ce qui implique que « Π_0 » dans l'équation n°61 soit nulle.

Supposons que l'horizon de prévisions explicite soit limité à 3 années, que les flux soient perçus en fin d'année et que la valeur résiduelle issue de la vente du titre à la fin de la troisième année soit égale à une valeur de rente perpétuelle reposant sur une croissance à l'infini du cash flow au taux annuel g , alors le coût implicite des fonds propres, \hat{r} , est le TRI qui vérifie :

$$V_0 = \frac{CF_1}{(1 + \hat{r})^1} + \frac{CF_2}{(1 + \hat{r})^2} + \frac{CF_3}{(1 + \hat{r})^3} + \frac{CF_4}{\hat{r} - g} \frac{1}{(1 + \hat{r})^3} \quad \text{équation n°62}$$

Le dernier terme de la somme est égal à la valeur résiduelle selon une formule de rente perpétuelle, actualisée sur 3 ans. Dans celle-ci, CF_4 désigne le cash flow « normatif » attendu en année 4, i.e. pour lequel la croissance du BFR, l'investissement, la variation de fonds propres et celle de l'endettement financier, sont compatibles avec une croissance du cash flow libre au taux annuel théorique g .



Remarques sur le taux de croissance à l'infini au-delà de l'horizon de prévision explicite :

A la différence des calculs obligataires exposés précédemment, la formule ci-dessus nécessite de former une hypothèse de croissance à l'infini au-delà de l'horizon de prévision explicite, qui est généralement de 5 ans. Le bon sens veut que cette donnée ne soit pas supérieure à la croissance nominale anticipée de l'économie (réelle et inflation). En pratique, le taux de retenu par les évaluateurs converge vers un taux plancher qui est une fraction de la croissance nominale attendue pour l'économie à moyen terme. Sur l'horizon de prévision explicite en revanche, les cash flows libres peuvent parfaitement croître à des taux annuels supérieurs, ce qui est d'ailleurs généralement l'hypothèse formulée par les analystes financiers notamment. Si l'horizon explicite de prévision est raccourci en deçà de 5 ans, alors le taux de croissance g retenu pour le calcul de la valeur résiduelle peut naturellement être supérieur au taux normatif plancher ce qui reflète simplement la prise en compte d'une croissance implicite plus soutenue entre la dernière année de prévision explicite et l'horizon de convergence habituel de 5 ans.



Ceci étant précisé, retenons à titre illustratif un coût implicite du capital \hat{r} , de 7,1 % (hors prime de biais optimiste), une espérance de rendement de l'action, r , égale à 5,6 %, une croissance à l'infini g à partir de la 3^e année, de 3 %, et pour les cash flows prévisionnels en cas de survie, les valeurs par action suivantes ; $CF_1 = 7,10 \text{ €}$; $CF_2 = 7,53 \text{ €}$; $CF_3 = 7,86 \text{ €}$; $CF_4 = 8,10 \text{ €}$.

Il ressort de ces hypothèses à la date de calcul $t = 0$, une valeur de l'action V_0 égale à 180,42 €.

$$V_0 = \frac{7,1}{\left(1 + \frac{7,1}{100}\right)^1} + \frac{7,53}{\left(1 + \frac{7,1}{100}\right)^2} + \frac{7,86}{\left(1 + \frac{7,1}{100}\right)^3} + \frac{8,10}{\frac{7,1}{100} - \frac{3}{100}} \frac{1}{\left(1 + \frac{7,1}{100}\right)^3} = 180,42$$

²⁰ Comme précédemment, il s'agit de probabilité réelle en univers averse au risque et non de probabilité risque-neutre.

Comme précédemment pour une obligation, la valeur qui vient d'être calculée en intégrant une prime de défaut dans le taux d'actualisation, \hat{r} , peut également être obtenue en actualisant au taux hors prime de défaut, r , les cash flows diminués des pertes probabilisées en cas de défaut. En reprenant les définitions retenues dans l'équation n°58, la valeur de marché de l'action s'écrit alors :

$$V_0 = V_{f;0} + d \times (1 - R) \times \sum_1^T \frac{V_{f;i}}{(1+r)^i}$$

Où $V_{f;i}$ désigne à la date i , la valeur hypothétique de l'action si les flux conditionnels en cas de survie sont actualisés au taux r , déflaté de la prime de défaut.



Précisions sur le taux de récupération pour un actionnaire :

L'estimation du taux de récupération est en soi une question, du fait du délai qui lui est associé et de l'absence de registre public de recensement, si bien qu'aucun calcul en la matière n'est complètement exempt de critique ni d'une part de subjectivité. Lorsqu'elle est disponible, la valeur de la créance constatée immédiatement après la survenance du défaut peut permettre une première estimation du taux de récupération en la rapportant au montant effectivement dû à la même date. La limite de cette approche est que le niveau de décote constaté procède à la fois du risque de crédit de l'émetteur et de l'illiquidité de la créance. La seconde approche consiste à recueillir à posteriori les récupérations effectivement perçues et à les valoriser à la date de défaut en les actualisant pour tenir compte du délai de recouvrement. Ceci nécessite l'accès à l'information et la justification du taux d'actualisation retenu.



Ces limites étant rappelées, les études disponibles situent à un niveau proche de 40 % l'espérance de taux de récupération pour une dette bancaire ou obligataire senior chirographaire²¹. Le taux de récupération diminue avec le degré de subordination de la créance, ce qui place par définition le taux moyen de récupération de l'actionnaire en deçà de ceux de toutes les catégories de créanciers. En conséquence, en cas de défaillance de l'entreprise, l'espérance de taux de récupération pour un actionnaire doit être très faible en général, et en particulier en présence d'endettement financier. Elle peut même être considérée comme nulle en cas de liquidation judiciaire, ainsi que lorsque survient une recapitalisation par incorporation de dette précédée par une réduction de capital, le « coup d'accordéon » ayant généralement pour effet d'annihiler la valeur des titres pour les anciens actionnaires. Enfin, d'expérience, la mise en place d'un plan de continuation n'empêche guère le cours des sociétés cotées qui en bénéficient de sombrer le plus souvent dans la catégorie des *penny stocks* aux dépens des anciens actionnaires.

Dans cette perspective, nous considérerons dans les développements suivants que la valeur de l'action est suffisamment faible à l'issue du défaut pour être négligée, ce qui implique un taux de recouvrement nul pour l'actionnaire. La prise en compte de cette hypothèse dans l'équation n°58 conduit à l'expression suivante pour une action de la valeur ajustée des pertes en cas de défaut :

$$V_0 = V_{f;0} + d \times \sum_1^T \frac{V_{f;i}}{(1+r)^i} \quad \text{équation n°63}$$

²¹ Voir Edward Altman et Kishore Vallore : "Almost Everything You Wanted to Know about Recoveries on defaulted Bonds", Financial Analysts Journal, Nov/Dec 1996. Egalement, Arnaud de Servigny et Ivan Zelenko, « Le risque de crédit », 4^e éd., Dunod, p129 et suivantes.

- La valeur hypothétique à l'émission, en l'absence de défaut, $V_{f;0}$, serait égale à 187,93 €.

$$V_{f;0} = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \frac{CF_3}{(1+r)^3} + \frac{\frac{CF_4}{\hat{r}-g}}{(1+r)^3}$$

$$V_{f;0} = \frac{7,10}{1,056} + \frac{7,58}{1,056^2} + \frac{7,86}{1,056^3} + \frac{8,10}{\frac{0,071-0,03}{(1,056)^3}} = 187,93$$

Remarquons que les flux actualisés, comme dans le cas précédent d'une obligation, sont des flux en cas de survie. Par conséquent, la valeur résiduelle non actualisée, soit 197,58, est obtenue par capitalisation du dernier cash flow au taux $\hat{r} - g$.

- La valeur hypothétique dans un an, toutes choses égales par ailleurs, $V_{f;1}$, serait égale à 191,36 €.

$$V_{f;1} = \frac{CF_2}{(1+r)^1} + \frac{CF_3}{(1+r)^2} + \frac{\frac{CF_4}{\hat{r}-g}}{(1+r)^2}$$

$$V_{f;1} = \frac{7,58}{1,056} + \frac{7,86}{1,056^2} + \frac{8,10}{\frac{0,056-0,03}{(1,056)^2}} = 191,36$$

- La valeur hypothétique dans deux ans, $V_{f;2}$, serait égale à 194,55 €.

$$V_{f;2} = \frac{CF_3}{(1+r)^1} + \frac{\frac{CF_4}{\hat{r}-g}}{(1+r)^1}$$

$$V_{f;2} = \frac{7,86}{1,056} + \frac{8,10}{\frac{0,056-0,03}{1,056}} = 194,55$$

- Enfin, celle à 3 ans, $V_{f;3}$, supposée perçue au moment de la cession, correspond à la somme du dernier cash flow explicite et de la valeur de rente non actualisés, soit 205,44 €.

$$V_{f;3} = CF_3 + \frac{CF_4}{r-g} = 7,86 + \frac{8,10}{0,056-0,03} = 7,86 + 197,58 = 205,44$$

- La valeur présente des pertes futures en cas de défaut est ainsi égale à 530,13 € :

$$\sum_1^T \frac{V_{f;i}}{(1+r)^i} = \frac{196,36}{1,056} + \frac{194,55}{1,056^2} + \frac{205,44}{1,056^3} = 530,13$$

- La différence de valeur qui résulte de la prise en compte du risque de défaut est quant à elle égale à 7,51 € :

$$V_{f;0} - V_0 = 187,93 - 180,42 = 7,51$$

- Si l'on suppose, faute de données complémentaires, que les probabilités de défaut conditionnelles de chacune des 3 années à venir sont égales à une constante d , alors, selon l'équation n°59, elle s'établit à 1,4166 % :

$$d = \frac{7,51}{530,16} = 1,4166 \times 10^{-2}$$

- Nous sommes dans le cas où l'intensité moyenne de défaut est égale à une constante : $\bar{\lambda} \times \Delta t = d$, avec $\Delta t = 1$. Conformément à l'équation n°25, la fonction de survie est égale à $S(t) = e^{-\bar{\lambda} \times t}$, et la fonction de défaut cumulée s'en déduit : $D(t) = 1 - S(t)$:

		1 an : t = 1	2 ans : t = 2	3 ans : t = 3
$S(t)$	Fonction de survie	98,5934%	97,2065%	95,8392%
$D(t)$	Fonction de défaut non conditionnelle	1,4066%	2,7935%	4,1608%

Ainsi, la probabilité de défaut implicite au spread de défaut de l'obligation serait estimée à 4,16 %, à trois ans, au cas d'espèce.

2.3 Exemple de coût du capital ajusté du risque de défaut

Dans cet exemple, nous suivrons le processus inverse de celui précédemment exposé, en supposant connu a priori le risque de défaut lié au plan d'affaires, pour en déduire le taux d'actualisation approprié à la détermination de la valeur de l'action.

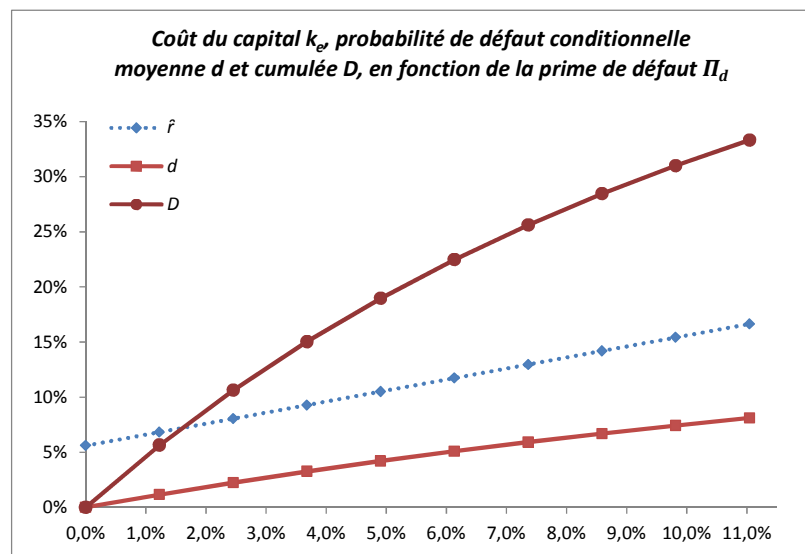
Supposons que :

- nous disposons du plan d'affaires d'une société du secteur de la biotech développant plusieurs traitements médicaux à des stades d'avancement relativement avancés de telle sorte que le délai potentiel pour que le dernier d'entre - eux obtienne l'autorisation de mise sur le marché n'excède pas 5 ans ;
- le cash flow prévisionnel de l'année 6 est jugé normatif ;
- pour chaque traitement, les flux de trésorerie prévisionnels sont pondérés de la probabilité de passage d'une phase clinique à la suivante jusqu'à l'obtention de l'autorisation de mise sur le marché (AMM). Si chacun de ces traitements repose sur des techniques et des principes actifs qui leurs sont propres, le succès de chaque projet peut être vu comme une variable suivant une loi binomiale, indépendante de celles des autres projets. Inversement, si tous les projets sont issus d'un principe actif commun non encore bénéficiaire de l'AMM, son refus d'agrément entraînerait l'échec de toutes les applications en cours de développement. Des situations intermédiaires peuvent enfin être envisagées où la corrélation des scénarios d'échec entre projets serait plus ou moins prononcée. Quel que soit ce degré de corrélation, la probabilité de défaut serait ainsi associée à la survenance d'un nombre d'échecs suffisamment important pour que survienne la défaillance de la société. Nous supposons que la probabilité d'un tel scénario est égale à une chance sur trois à horizon de 5 ans.
- l'espérance de rendement d'une action de ce secteur est en moyenne de 5,60 %, hors prime de défaut, d'illiquidité et en l'absence de biais de prévision ;
- le coût du capital des entreprises matures, \hat{r} , est égal à 10 % ;
- le taux de croissance à l'infini, g , pour le calcul d'une rente perpétuelle en fin d'année 5 est de 2,5 % ;
- les prévisions de cash flows par action, en cas de survie, sont les suivantes ; $CF_1 = -24,62 \text{ €}$; $CF_2 = 0,00 \text{ €}$; $CF_3 = 6,00 \text{ €}$; $CF_4 = 12,50 \text{ €}$; $CF_5 = 6,00 \text{ €}$ et $CF_6 = 33,87 \text{ €}$.

Compte tenu de la probabilité de défaut de 1/3 retenue à 5 ans, quelle prime de défaut et quel coût du capital peuvent être estimés pour évaluer la société ? Quelle valeur par action résulte de ces hypothèses ?

Les réponses à ces questions peuvent être obtenues par un calcul approché consistant à ajouter à l'espérance de rendement de 5,60 % une prime de défaut de plus en plus élevée jusqu'à ce que la probabilité de défaut à 5 ans soit effectivement égale à $33^{1/3}$ %. Ainsi, l'ajout d'une prime de défaut Π_d à l'espérance de rendement r conduit au coût du capital sur cinq ans, \hat{r}^* , qui, détermine i) la valeur de marché de l'action, V_0 , ainsi que ii) la valeur de la probabilité de défaut conditionnelle d , conformément à l'équation n°59. De cette dernière, se déduisent l'intensité de défaut moyenne $\bar{\lambda}$ et la probabilité de défaut cumulée D à 5 ans.

L'effet de la variation de la prime de défaut sur la probabilité de défaut conditionnelle et sur la probabilité de défaut cumulée à 5 ans est résumé dans le graphique et le tableau suivants :



Π_d	\hat{r}	d	D
0,00%	5,60%	0,00%	0,00%
1,23%	6,83%	1,16%	5,65%
2,45%	8,05%	2,25%	10,63%
3,68%	9,28%	3,26%	15,04%
4,91%	10,51%	4,21%	18,97%
6,14%	11,74%	5,09%	22,48%
7,36%	12,96%	5,92%	25,63%
8,59%	14,19%	6,70%	28,46%
9,82%	15,42%	7,43%	31,02%
11,04%	16,64%	8,11%	33,33%

Comme indiqué ci-dessus, la prise en compte d'une prime de défaut de 11,04 % conduisant à un coût des fonds propres de 16,64 % induit i) une probabilité de défaut conditionnelle moyenne de 8,11 % et une probabilité de défaut cumulée de $33^{1/3}$ % à horizon de 5 ans, soit le niveau cible qui a été défini a priori dans notre exemple.

Il convient de relever que ces résultats sont propres au plan d'affaires sous-jacent et que toute modification de sa durée modifie le niveau de prime de défaut compatible avec l'estimation de la probabilité de défaut. Une augmentation par exemple de la durée, qui résulterait d'un premier flux négatif de valeur absolue plus importante, nécessiterait une prime de défaut plus faible pour satisfaire à l'objectif de probabilité de défaut de $33^{1/3}$ %. Inversement, une réduction de la valeur absolue du premier flux, qui aurait pour effet de réduire la durée de la valeur, nécessiterait d'accroître encore la prime de défaut pour satisfaire à l'objectif de probabilité de défaut cumulée à 5 ans.

Compte tenu du coût de capital \hat{r}^* , ainsi obtenu, soit 16,64 %, la valeur de l'action ressort à 209,43 €.

$$V_0 = \frac{-26,00}{\left(1 + \frac{16,64}{100}\right)^1} + \frac{0,00}{\left(1 + \frac{16,64}{100}\right)^2} + \frac{6,00}{\left(1 + \frac{16,64}{100}\right)^3} + \frac{12,50}{\left(1 + \frac{16,64}{100}\right)^4} + \frac{26,00}{\left(1 + \frac{16,64}{100}\right)^5} + \frac{\frac{33,87}{100} - \frac{2,50}{100}}{\left(1 + \frac{16,64}{100}\right)^5} = 209,43$$

- La valeur hypothétique à l'émission, en l'absence de défaut, $V_{f;0}$, serait égale à 354,24 €.

$$V_{f;0} = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \frac{CF_3}{(1+r)^3} + \frac{CF_4}{(1+r)^4} + \frac{CF_5}{(1+r)^5} + \frac{\frac{CF_6}{\hat{r}-g}}{(1+r)^5}$$

$$V_{f;0} = \frac{-26,00}{1,056} + \frac{0,00}{1,056^2} + \frac{6,00}{1,056^3} + \frac{12,50}{1,056^4} + \frac{26,00}{1,056^5} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^5} = 354,24$$

- La valeur hypothétique dans un an, toutes choses égales par ailleurs, $V_{f;1}$, serait égale à 380,82 €.

$$V_{f;1} = \frac{CF_2}{(1+r)^1} + \frac{CF_3}{(1+r)^2} + \frac{CF_4}{(1+r)^3} + \frac{CF_5}{(1+r)^4} + \frac{\frac{CF_6}{\hat{r}-g}}{(1+r)^5}$$

$$V_{f;1} = \frac{0,00}{1,056^1} + \frac{6,00}{1,056^2} + \frac{12,50}{1,056^3} + \frac{26,00}{1,056^4} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^4} = 380,82$$

- La valeur hypothétique dans deux ans, $V_{f;2}$, serait égale à 402,14 €.

$$V_{f;2} = \frac{CF_3}{(1+r)^1} + \frac{CF_4}{(1+r)^2} + \frac{CF_5}{(1+r)^3} + \frac{\frac{CF_6}{\hat{r}-g}}{(1+r)^3}$$

$$V_{f;2} = \frac{6,00}{1,056^1} + \frac{12,50}{1,056^2} + \frac{26,00}{1,056^3} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^3} = 402,14$$

- La valeur hypothétique dans trois ans, $V_{f;3}$, serait égale à 418,66 €.

$$V_{f;3} = \frac{CF_4}{(1+r)^1} + \frac{CF_5}{(1+r)^2} + \frac{\frac{CF_6}{\hat{r}-g}}{(1+r)^2}$$

$$V_{f;3} = \frac{12,50}{1,056^1} + \frac{26,00}{1,056^2} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^2} = 418,66$$

- La valeur hypothétique dans quatre ans, $V_{f;4}$, serait égale à 429,61 €.

$$V_{f;4} = \frac{CF_4}{(1+r)^1} + \frac{CF_5}{(1+r)^2} + \frac{\frac{CF_6}{\hat{r}-g}}{(1+r)^2}$$

$$V_{f;4} = \frac{12,50}{1,056^1} + \frac{26,00}{1,056^2} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^3} = 429,61$$

- Enfin, celle à 5 ans, $V_{f;5}$, supposée perçue au moment de la cession, correspond à la somme du dernier cash flow explicite et de la valeur de rente non actualisés, soit 477,61 €.

$$V_{f;5} = CF_5 + \frac{CF_6}{\hat{r} - g} = 26 + \frac{33,87}{0,1 - 0,025} = 26 + 451,61 = 477,61$$

- La valeur présente des pertes futures en cas de défaut est ainsi égale à 1 785,96 € :

$$\sum_1^T \frac{V_{f;i}}{(1+r)^i} = \frac{380,82}{1,056} + \frac{402,14}{1,056^2} + \frac{418,66}{1,056^3} + \frac{429,61}{1,056^4} + \frac{477,61}{1,056^5} = 1\,785,96$$

- La différence de valeur qui résulte de la prise en compte du risque de défaut est quant à elle égale à 144,81 € :

$$V_{f;0} - V_0 = 354,24 - 209,43 = 144,81$$

- Si l'on suppose, faute de données complémentaires, que les probabilités de défaut conditionnelles de chacune des cinq années à venir sont égales à une constante d , alors, selon l'équation n°59, elle s'établit à 8,1083 % :

$$d = \frac{144,81}{1\,785,86} = 8,1083 \times 10^{-2}$$

- Nous sommes dans le cas où l'intensité moyenne de défaut est égale à une constante : $\bar{\lambda} \times \Delta t = d$, avec $\Delta t = 1$. Conformément à l'équation n°25, la fonction de survie est égale à $S(t) = e^{-\bar{\lambda} \times t}$, et la fonction de défaut cumulée s'en déduit : $D(t) = 1 - S(t)$:

		1 an : t = 1	2 ans : t = 2	3 ans : t = 3	4 ans : t = 4	5 ans : t = 5
$S(t)$	Fonction de survie	92,2117%	85,0300%	78,4076%	72,3010%	66,6700%
$D(t)$	Fonction de défaut non conditionnelle	7,7883%	14,9700%	21,5924%	27,6990%	33,3300%

La probabilité de défaut cumulée à 5 ans est ainsi égale 33^{1/3} %.

Pour mémoire, nous vérifions conformément à l'équation n°56 (ajustée de l'absence de récupération et à probabilité de défaut conditionnelle, d , constante) que la valeur de marché de l'action est égale à la valeur présente des cash flows futurs ajustés des pertes probabilisées en cas de défaut, actualisés au taux r , hors prime de risque de défaut.

$$V_0 = \sum_1^T \frac{CF_i - dF_i}{(1+r)^i} \quad \text{équation n°64}$$

Selon cette définition, les étapes de calcul de valeur de l'action sont décomposées dans le tableau suivant où les cash flows ajustés des pertes probabilisées en cas de défaut, CF^* , sont calculés puis actualisés au taux r :

		1 an : t = 1	2 ans : t = 2	3 ans : t = 3	4 ans : t = 4	5 ans : t = 5
d	Probabilité de défaut conditionnelle	8,1083%	8,1083%	8,1083%	8,1083%	8,1083%
V_{f_i}	Perte future en cas de défaut	-380,82	-402,14	-418,66	-429,61	-477,61
$d \times V_{f_i}$	Perte future probabilisée	-30,88	-32,61	-33,95	-34,83	-38,73
CF	CF en cas de survie	-26,00	0,00	6,00	12,50	477,61
CF* = CF - d x Vf_i	CF probabilisé de la perte en cas de défaut	-56,88	-32,61	-27,95	-22,33	438,89
Taux in fine $1/(1+r)^t$	Coefficient d'actualisation au taux dérisqué r	94,6970%	89,6752%	84,9197%	80,4163%	76,1518%
VA{CF*}	Valeur présente	-53,86	-29,24	-23,73	-17,96	334,22
$V_0 = \sum VA\{CF_i^*\}$	Valeur de marché	209,43				

3 Test du modèle à intensité sur un univers de titres cotés

Tester le modèle à intensité que nous avons précédemment exposé requiert d'estimer la prime de risque de marché. Or, dans un souci de cohérence, seule une approche prospective doit selon nous être retenue. En effet, le MEDAF est un modèle prospectif dans sa philosophie et pour un évaluateur, il n'a d'utilité pratique que s'il se fonde sur les anticipations des investisseurs. Nous retiendrons comme approximation de ces anticipations, les seules données disponibles à notre connaissance, à savoir les prévisions des analystes « sell side » portant sur les sociétés cotées. Ceci suppose que la compilation de ces prévisions permette de constituer un consensus de place et par ailleurs que cette vision soit partagée, ou en partie acceptée et interprétée par les investisseurs, dotés pour les plus importants d'entre eux, de leurs propres bureaux d'analyse « buy side ». A partir de ces prévisions, il est ainsi possible d'établir le « coût implicite du capital » du marché et d'en extraire la prime de risque au sens du MEDAF.

Il existe une abondante littérature sur les biais des prévisions établies par les analystes sell side. Notamment, ces prévisions présentent un temps de retard par rapport à l'évolution de la valeur du marché et par conséquent à sa vision agrégée du futur. Par ailleurs, les anticipations des analystes sont entachées d'un excès d'optimisme, qui se mesure par un écart systématique entre prévisions financières et réalisations effectives, d'autant plus important que l'horizon de prévision est éloigné. Ces travers étant toutefois documentés et connus du marché ainsi que des prévisionnistes eux-mêmes, la question est de parvenir à mesurer l'écart qu'il engendre en moyenne sur la valeur estimée du coût implicite du capital, afin de mesurer la prime d'optimisme à retrancher du coût du capital pour estimer l'espérance de rendement du marché.

De même, les prévisions financières sont établies en cas de survie des entreprises. A notre connaissance, aucun bureau d'analyse ne dispose d'une méthodologie impliquant d'ajuster les prévisions en fonction du risque de perte en cas de défaut. Par ailleurs, si l'on envisage la question plus pratiquement, les sociétés en difficulté aigüe au point de devenir des penny stocks cessent d'être suivies par les analystes et ne concourent pas de façon significative au calcul du coût implicite du capital tel qu'il est envisagé ici.

On l'aura compris, le test du modèle à intensité nécessite pour être réalisé sur des données prospectives la constitution d'un cadre général d'analyse unifiant évaluation des actions et des obligations, afin d'estimer le risque de défaut affectant simultanément la valeur de ces deux classes d'actifs financiers. La description détaillée d'une entreprise aussi complexe excède l'objet de cet article. Aussi nous bornerons nous à utiliser les résultats du modèle développé par le bureau Fairness Finance sur la prime de risque et dont nous décrivons ici succinctement les fondements²². Nous nous emploierons ensuite à estimer les spreads de crédit à une date données en fonction de la notation et des autres paramètres présentant un pouvoir explicatif. Enfin, sur ces bases, nous établirons les probabilités de défaut implicites du marché à partir des spreads obligataires.

²² Pour plus de précisions, nous invitons le lecteur à consulter les notices méthodologiques figurant sur le site : <http://www.fairness-finance.com/fairness-finance/cms/fr/2/methodologie.dhtml;jsessionid=1D87F09FE75A068FF806C97B5B5E4B37>

3.1 Estimation de la prime de risque de marché

Le bureau d'étude Fairness Finance estime chaque mois le coût implicite du capital en Europe et en Amérique du Nord à partir d'un échantillon de plus de 1 750 sociétés cotées en Europe (à fin septembre 2017) et de plus de 1 920 sociétés cotées aux Etats-Unis et au Canada. Ce résultat est obtenu à partir des prévisions des analystes financiers en reconstituant les cash flows prévisionnels à cinq ans de chacune des sociétés composant les deux échantillons, ce qui permet d'estimer individuellement pour chacune d'entre elles, le TRI qui égalise la valeur présente des flux actualisés et les cours de bourse à la date de calcul. L'agrégation de ces TRI, pondérés par la capitalisation boursière, fournit le coût implicite du capital du marché des actions pour l'Europe et pour l'Amérique du Nord. La prime de risque du marché, au sens du MEDAF s'obtient dans un second temps en retranchant de ce TRI une première prime pour biais d'optimisme et une seconde pour risque de défaut.

L'effet moyen de la surestimation des flux sur le coût implicite du capital, ou prime d'optimisme, Π_O , est estimé en comparant les prévisions passées aux réalisations effectives.

Pour calculer la prime de défaut, Π_d , il est passé par une mesure du coût implicite du capital à dette nulle, k_U , obtenue par l'estimation des TRI des sociétés en égalisant leur valeur d'entreprise et la valeur actualisée de leurs cash flows à dette nulle²³.

Une fois estimé le coût du capital à dette nulle, la prime de défaut pourra être à son tour calculée à partir de la relation suivante :

$$k_U = r_f + \beta_U \Pi_R + \Pi_d + \Pi_O + \Pi_A \quad \text{équation n°65}$$

Où r_f désigne le taux sans risque, supposé égal au rendement moyen des emprunts d'Etat à 10 ans, notés au moins AA²⁴, de chacune des deux zones géographiques (Europe, Amérique du Nord), β_U le bêta à dette nulle moyen pondéré des sociétés de chacun des deux échantillons et Π_R , la prime de risque du marché des actions au sens du MEDAF. Π_A correspond à la part du spread AAA non expliquée par les risques systématiques et de défaut (cf. infra).

Le bêta à dette nulle moyen du marché est estimé à partir de ceux des sociétés de l'échantillon, eux-mêmes déduits des bêtas des actions calculés sur la base de 3 ans de variations de cours et en retenant la formule d'Hamada comme approximation de l'effet du levier d'endettement sur le risque systématique :

$$\beta_L = \beta_U \left(1 + \frac{DN}{E} (1 - Tx) \right) \quad \text{équation n°66}$$

Où β_L désigne le bêta de l'action avec levier d'endettement, DN est l'endettement moyen sur 3 ans, E la capitalisation moyenne de chaque société et Tx le taux de déductibilité estimé des frais financiers.

Par ailleurs, conformément à l'équation n°36, le spread moyen des sociétés de l'échantillon est exprimé comme suit :

$$\overline{Sc} = \overline{\beta_D} \times \Pi_R + \Pi_{dD} + \Pi_A \quad \text{équation n°67}$$

²³ L'estimation de k_U s'obtient par une approche de type « adjusted present value » issue des travaux Pablo Fernandez, qui explicite les composantes bouclier fiscal et risque systématique du levier dans la valeur. Pour plus de détails, nous invitons le lecteur à lire la « Fiche n°5 : l'approche APV », accessible sur le site Fairness Finance, <http://www.fairness-finance.com/fairness-finance/cms/fr/2-35/fiche-n-5-l-approche-apv.dhtml>

²⁴ Pour les besoins de nos calculs limités à la zone Euro, le taux sans risque sera supposé égal au taux des emprunts allemands, in fine, en fonction de la maturité voulue.

Où \overline{Sc} désigne la spread de crédit moyen pondéré correspondant à la notation moyenne pondérée des sociétés de l'échantillon (établi selon la méthodologie décrite infra § 3.2), $\overline{\beta_D}$ le bêta moyen de l'endettement, Π_{dD} la prime de défaut incluse dans ce spread, et Π_A le spread moyen résiduel des sociétés notées AAA dans notre échantillon. La prime de liquidité est ici négligée, l'estimation du spread étant établie pour les émetteurs de grande taille.

En désignant par P le taux de perte moyen des créanciers-prêteurs en cas de défaut, nous posons que celui-ci est de 100 % pour l'actionnaire, ce qui selon l'approximation de John Hull (cf. équation n°60), conduit à la relation suivante entre prime de défaut moyenne obligataire et prime de défaut moyenne des actions :

$$\Pi_d = \frac{\Pi_{dD}}{P} \quad \text{équation n°68}$$

Avec : $P = 1 - R$, où R désigne le taux de recouvrement en cas de défaut.

D'après les équations 65 à 68, il est enfin déduit la prime de risque au sens du MEDAF, Π_R :

$$\Pi_R = \frac{\Pi_{EU} - \Pi_O - (Sc - R \cdot \Pi_A)/P}{\beta_U - \frac{\beta_D}{P}} \quad \text{équation n°69}$$

Où Π_{EU} est la prime de marché à dette nulle i.e. $k_U - r_f$.

La prime de risque Π_R au sens du MEDAF étant ainsi estimée, cette valeur permet d'établir la prime de défaut des actions, telle que définie dans l'équation n°65.

De ce qui précède, on déduit du coût implicite du capital l'espérance de rendement du marché $E(k_L)$, conformément au MEDAF :

$$E(k_L) = \Pi_R + r_f$$

Le coût implicite du capital, k_L , est lui-même égal à l'espérance de rendement du marché (avec levier), $E(k_L)$, majorée des primes pour biais d'optimisme et pour risque de défaut :

$$k_L = E(k_L) + \Pi_O + \Pi_d$$

3.2 Hiérarchie des spreads corporate observés à fin décembre 2015 en euro

Comme évoqué plus haut, l'estimation de la prime de risque de marché nécessite celle du spread moyen pondéré du marché. Au 31 décembre 2015, la note moyenne pondérée s'établissait à BBB⁺ pour les émetteurs inclus dans l'échantillon d'actions cotées en Europe constitué par Fairness Finance.

Pour estimer le spread obligataire moyen, il est constitué un échantillon d'émissions obligataires in fine à taux fixe, émises et cotées en euro, en excluant les obligations de durée résiduelle inférieure à un an et celles qui ne sont pas notées. Le rendement actuariel de chaque émission est fourni par la base de données Thomson Reuters Eikon. Dans cette même base sont également relevés, par maturités, les taux sans risque issus de la courbe des rendements des emprunts à taux fixe in fine émis par l'état allemand. Afin de pouvoir disposer d'un paramètre de volatilité de la valeur, sont sélectionnées les obligations émises par

des sociétés dont les actions sont également cotées. Enfin, il est constitué deux échantillons pour séparer les émissions d'établissements bancaires de ceux des autres entreprises, afin de n'attribuer au secteur financier que le poids relatif qu'il occupe dans l'indice – actions, soit de l'ordre de 10 %, contre une écrasante prépondérance sur le marché obligataire européen. Par cette sélection, à fin décembre 2015, il est ainsi constitué un échantillon de 512 émissions obligataires²⁵ pour le secteur des entreprises non bancaires, dont nous présentons l'analyse des spreads ci-après.

Pour ce faire, nous établissons un modèle de régression linéaire multiple dans lequel le spread, « Sc », est la variable expliquée et où les cinq variables explicatives sont :

- la notation, « N », transcrite sur une échelle de 1 (D) à 23 (AAA), le spread étant supposé corrélé négativement avec la note. Ces notations émanent des cabinets Standard & Poor's, Moody's et Fitch Ratings ;
- un paramètre de taille, « T », qui est la capitalisation boursière en millions d'euros, une société de grande taille étant supposée bénéficier de conditions de financement plus favorables qu'une société de taille inférieure, à note et à montant d'émission comparables ;
- un paramètre de liquidité, « L », qui est le montant de l'émission obligataire en millions d'euros, sa corrélation avec le spread étant supposée négative ;
- un paramètre de dispersion de la valeur de marché de la société émettrice, « σ », qui est la volatilité de l'action (annualisée et calculée sur 3 ans), la volatilité de l'action étant un paramètre pouvant refléter la difficulté du marché à anticiper les performances futures de l'entreprise. Ce paramètre est donc supposé corrélé positivement avec le spread ;
- la durée résiduelle de l'obligation, « D », les risques de migration et de défaut augmentant avec le temps ainsi que la sensibilité de la valeur du titre aux variations de taux d'intérêt. La corrélation de la durée et du spread est donc supposée être positive.

La répartition de cet échantillon en fonction des notes et les paramètres moyens des sous - ensembles ainsi constitués sont présentés dans le tableau ci-après :

Echantillon retenu pour le calcul du spread : valeurs moyennes	Sous - ensembles par classes de notation*							Echantillon
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	BBB
T (capitalisation de l'émetteur en M€)	408 075	149 354	48 616	17 053	7 944	1 803	104	33 397
σ (volatilité mensuelle annualisée, 3 ans)	24,80%	17,52%	24,26%	21,30%	27,71%	53,32%	31,91%	23,50%
D (maturité en années)	12,93	8,16	7,33	5,74	4,15	5,98	2,96	6,38
L (taille de l'émission en M€)	1750	963	867	588	645	322	160	568
Nombre d'obligations	2	14	36	124	17	13	4	512

* Ne sont présentées que les classes correspondant à des notes entières, le total de 512 émissions obligataires incluant par ailleurs les classes de notes intermédiaires.

Dans cette régression linéaire, la variable expliquée, et certaines variables explicatives, sont transformées comme suit :

$$\ln(Sc) = \alpha_0 + \alpha_1 N + \alpha_2 \ln(T) + \alpha_3 \ln(L) + \alpha_4 \sigma + \alpha_5 \ln(D) + \varepsilon$$

Les coefficients des variables sont tous significatifs (le paramètre de liquidité l'étant le moins) et de sens conforme à leur influence supposée sur le spread. L'analyse de significativité des paramètres de la régression est résumée dans le tableau ci-après :

²⁵ Sur un total de 542 émissions, après exclusion de 5 % des observations présentant les résidus centrés réduits les plus importants en valeur absolue, tels que résultant de la régression linéaire présentée ci-après.

Coefficients de détermination		Analyse des résidus				
Coefficient de détermination R ²	86,93%	Aplatissement	-0,027			
Coefficient de détermination R ² ajusté	86,80%	Asymétrie	0,419			
Erreur-type	0,260	Khi ²	9,154	p(x<X ²) =	3%	
Nombre d'observations	512	K-S	5,26%	p(x<K-S) =	1%	
Coefficients des variables explicatives	N	Ln(T)	Ln(L)	σ	Ln(D)	Constante
Coefficient	-0,1742	-0,0528	-0,0222	1,1728	0,4077	-1,8849
t	29,9	4,5	1,3	7,5	22,2	14,2
Probabilité (unilatérale sauf la constante)	2,694E-114	4,575E-06	9,3%	1,653E-13	3,478E-77	1,099E-38
Facteur d'inflation de la variance	1,5	1,2	2,2	2,4	1,1	n/a
Intervalle de confiance de l'espérance*	E(ln(Sc))	E(Sc)	Test de Fisher			
Espérance	-4,20	1,50%	F	506		
Intervalle de confiance au seuil de 95 %	[-4,14 ; -4,26]	[1,41% ; 1,59%]	Valeur-p	6,3E-221		

**En retenant les valeurs moyennes des variables et dans l'hypothèse idéalisée d'une parfaite normalité des résidus*

Compte tenu du faible nombre d'obligations notées AAA, il est établi, ad hoc, un second modèle qui rassemble les obligations notées AAA tous secteurs confondus, y compris les émetteurs dont les actions ne sont pas cotées. Puisqu'il n'est plus possible dans ces conditions de régresser le spread en fonction de la volatilité de l'action, nous lui substituons celle de l'obligation elle-même. Toutefois cette dernière est évidemment dépendante de la durée. Aussi est-ce la part de la volatilité non expliquée par la maturité (r² de 86 %) qui est retenue comme variable explicative, ci-après « $\Delta\sigma_\delta$ ». Nous retenons par ailleurs la distance de la note de l'émetteur à celle de l'émission, ΔN , le spread d'une émission notée AAA étant d'autant plus élevé que la note de l'émetteur est faible. Enfin comme précédemment, sont retenus les paramètres de durée ($\ln(D)$) et de liquidité ($\ln(L)$). Sur cette base, il est constitué un échantillon de 42 titres AAA. Les coefficients de la régression sont tous significatifs au seuil de 5 % et le coefficient de détermination (ajusté) s'établit à 70,8 %.

Coefficients de détermination		Analyse des résidus				
Coefficient de détermination R ²	72,38%	Aplatissement	-0,659			
Coefficient de détermination R ² ajusté	70,83%	Asymétrie	0,368			
Erreur-type	0,316					
Nombre d'observations	42	K-S	10,77%	p(x<K-S) =	1,5%	
Coefficients des variables explicatives	ΔN	Ln(L)	ln(D)	$\Delta\sigma_\delta$	Cst	
Coefficient	-0,2243	-0,0541	0,2547	6,0786	-5,6036	
t	6,4	1,7	4,5	1,7	25,7	
Probabilité (unilatérale sauf la constante)	1,021E-07	5,0%	3,183E-05	4,752E-02	1,641E-25	
Facteur d'inflation de la variance	1,1	1,1	1,0	1,0	na	
Intervalle de confiance de l'espérance*	E(ln(Sc))	E(Sc)	Test de Fisher			
Espérance	-5,44	0,43%	F	24,2		
Intervalle de confiance au seuil de 95 %	[-5,21 ; -5,67]	[0,34% ; 0,55%]	Valeur-p	6,6E-10		

**En retenant les valeurs moyennes des variables et dans l'hypothèse idéalisée d'une parfaite normalité des résidus*

3.3 Bêtas obligataires en fonction de la notation et de la durée des obligations

Conformément à l'équation n°67, l'estimation de la prime de défaut incluse dans un spread obligataire nécessite celle du bêta de l'obligation. Dans ce but, il est constitué des portefeuilles d'obligations de notations identiques en fonction de la durée résiduelle des titres. Par exemple, les titres de même notation et de durées comprises entre 1 an et 2 ans forment ainsi un portefeuille de durée moyenne 1,5 an. Les variations de valeur des indices de portefeuilles (équ pondérés) ainsi constitués sont ensuite relevées de mois en mois, en reconstituant en début de mois la composition des indices (en fonction de la durée résiduelle et de la note des titres), préalablement à la mesure de la variation de l'indice. Le bêta de chaque indice est ensuite calculé par rapport à l'indice du marché des actions, sur des fréquences de cours mensuelles et une fenêtre de 3 ans glissante.

Sur les bases des bêtas de portefeuilles ainsi collectés au 31 décembre 2015, est établie une régression des bêtas (logarithmes) en fonction de la durée résiduelle (logarithme) des portefeuilles et la note (logarithme). Les valeurs théoriques des bêtas en fonction de la durée ainsi que les coefficients de détermination des régressions sont rassemblés dans le tableau ci-après (où les bêtas sont exprimés en pourcentage, pour plus de lisibilité) :

β Durée en année \ r ²	AAA 90%	AA 90%	A 90%	BBB 90%	BB 90%	B 90%	CCC 75%
1	1,3%	1,6%	2,2%	2,5%	5%	9%	21%
2	2,1%	2,6%	3,5%	4,0%	8%	15%	28%
3	2,8%	3,4%	4,6%	5,2%	11%	19%	33%
4	3,4%	4,1%	5,6%	6,3%	13%	23%	38%
5	3,9%	4,8%	6,5%	7,3%	15%	27%	43%
6	4,5%	5,4%	7,4%	8,3%	17%	31%	48%
7	4,9%	6,0%	8,2%	9,2%	19%	34%	52%
8	5,4%	6,5%	9,0%	10,1%	21%	37%	56%
9	5,9%	7,1%	9,7%	10,9%	22%	40%	60%
10	6,3%	7,6%	10,4%	11,7%	24%	43%	64%
15	8,3%	10,0%	13,7%	15,4%	31%	57%	81%
20	10,0%	12,1%	16,6%	18,7%	38%	69%	97%

Pour la note CCC, qui se trouve en limites du modèle, nous retenons la moyenne entre le modèle logarithmique précédant et un modèle linéaire, sans transformation des variables (le r² de 75 % correspondant au coefficient le plus faible des deux approches). Les deux approches encadrent en effet les valeurs réellement observées pour les échéances éloignées.

3.4 Probabilités de défaut implicites du modèle : une anomalie de marché ?

Connaissant les spreads théoriques des émetteurs corporate (hors banques), « S_c », et les bêtas de la dette obligataire, « β_D », en fonction de la note, « N » et de la durée « D », nous en déduisons le spread de défaut de la dette « Π_d », ainsi que la probabilité de défaut implicite par durée et par note « $E(D_t)$ ».

Pour ce faire, nous retenons l'estimation par le bureau Fairness Finance de la prime de risque du marché des actions dans la zone euro, soit « Π_R » au sens du MEDAF. A fin 2015, cette dernière ressort à 4,23 % pour la zone euro par rapport au taux sans risque à 10 ans allemand. Or la prime de risque qui s'obtient par différence entre le rendement exigé des actions et le taux sans risque dépend de l'horizon d'investissement. Si l'on forme l'hypothèse que le rendement exigé des actions est peu sensible à cet horizon²⁶, alors la prime de risque du marché sera généralement une fonction décroissante de la durée de placement, la courbe des taux sans risque étant habituellement ascendante.

Par ailleurs, les paramètres de liquidité de l'émission, de taille de l'émetteur et de volatilité de l'action sont égaux aux valeurs moyennes des obligations de la classe de note considérée (cf. tableau sur l'échantillon retenu pour le calcul du spread).

Une fois estimés les spreads et les bêtas obligataires en fonction de la durée, la prime de défaut implicite s'obtient en retranchant la composante liée au risque systématique, selon l'équation n°67, si nous négligeons la prime de risque résiduelle des corporate européens notés AAA. La probabilité de défaut se déduit dans un second temps en appliquant l'approximation de John Hull (cf. équation n°60).

Obligations corporate notées AAA :

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	S_c	Π_d	S_t	$E(D_t)$	S&P 2016*
1	1,3%	4,6%	0,06%	-	0,06%	0,26%	0,20%	99,67%	0,33%	0,00%
2	2,1%	4,6%	0,10%	-	0,10%	0,31%	0,21%	99,30%	0,70%	0,03%
3	2,8%	4,5%	0,13%	-	0,13%	0,34%	0,21%	98,93%	1,07%	0,14%
4	3,4%	4,4%	0,15%	-	0,15%	0,37%	0,22%	98,56%	1,44%	
5	3,9%	4,3%	0,17%	-	0,17%	0,39%	0,22%	98,19%	1,81%	0,41%
6	4,5%	4,2%	0,19%	-	0,19%	0,41%	0,22%	97,82%	2,18%	
7	4,9%	4,0%	0,20%	-	0,20%	0,42%	0,22%	97,44%	2,56%	0,67%
8	5,4%	3,9%	0,21%	-	0,21%	0,44%	0,22%	97,06%	2,94%	
9	5,9%	3,7%	0,22%	-	0,22%	0,45%	0,23%	96,59%	3,41%	
10	6,3%	3,7%	0,23%	-	0,23%	0,46%	0,23%	96,22%	3,78%	1,03%
15	8,3%	3,2%	0,27%	-	0,27%	0,51%	0,24%	94,10%	5,90%	1,46%
20	10,0%	3,0%	0,30%	-	0,30%	0,55%	0,25%	91,93%	8,07%	2,45%

* Période de calcul 1981 - 2016. Source : S&P Global ratings, 2016 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions, disponible sur le site de S&P : <https://www.spglobal.com/our-insights/2016-Annual-Global-Corporate-Default-Study-and-Rating-Transitions.html>

Comme l'indique le tableau ci-dessus, par cette approche il ressort une prime de défaut à dix ans de 0,23 % qui implique une probabilité de défaut de 3,8 %. Une telle probabilité semble excessive. En effet, si l'on se réfère au taux de défaut reporté dans les matrices de transition éditées par Standard & Poor's par exemple, ce taux se situe à 1,03 %²⁷ (en l'ajustant de la proportion d'obligations ayant cessé d'être notées en moyenne 10 ans après l'émission de l'obligation). Le coefficient de variation du taux de défaut calculé par S&P étant de 107 %, une valeur de 3,8 % se trouverait ainsi à 3,5 écarts-types de la moyenne.

²⁶ Le coût implicite du capital est un TRI unique qui s'applique à toutes les échéances. Nous n'avons pas d'éléments qui permettraient d'établir selon cette méthodologie une courbe de taux pour le coût du capital des actions.

²⁷ Nous supposons ici que le taux de défaut de la population des obligations qui cesse d'être notées est suffisamment proche de celui des obligations qui le demeurent. Sur cette hypothèse et les causes d'arrêt de suivi, nous invitons le lecteur à consulter : David T. Hamilton et Richard Cantor, "Measuring Corporate Default Rates", Moody's, November 2006.

Plusieurs hypothèses peuvent être formulées pour expliquer cette apparente surestimation du risque de défaut :

- En premier lieu, le bêta retenu est entaché d'une marge d'erreur et il est estimé à partir d'une corrélation passée (3 ans) qui peut être différente des anticipations des investisseurs. Pour que la probabilité de défaut rejoigne le niveau historique de 1,03 %, il faudrait que le bêta anticipé soit ici égal à 10,5 %, soit un niveau supérieur de 67 % à celui retenu dans nos calculs ;
- Le taux moyen de récupération attendu en cas de défaut peut être différent de celui de 40 % généralement retenu dans la littérature. Si ce dernier atteignait 50 % du fait de la nature « blue chips » des AAA cotées, le taux de défaut implicite passerait à 4,51 % à dix ans. Inversement, le faire baisser ne permettrait pas de retrouver un taux de défaut implicite identique à la statistique historique. En effet, quand bien même le taux de recouvrement serait-il nul, le taux de défaut implicite serait ramené ici à 2,2 % à 10 ans, soit le double de la valeur de long terme ;
- Le taux sans risque pourrait être différent du Bund. En effet, les émissions en euro sont faites par des émetteurs de toutes nationalités, dont certains sont américains. Toutefois, les données dont nous disposons ne font pas ressortir de différence significative entre émetteurs européens et ceux dont le siège se situe en dehors de la zone euro. Par ailleurs, le taux sans risque est souvent confondu avec le taux des prêts interbancaires, lequel incorpore un risque de contrepartie se traduisant par une prime de risque (par rapport au Bund) qui a connu des pics élevés en périodes de crises. S'agissant d'emprunts obligataires, il semble que ce coût d'intermédiation ne soit pas justifié ;
- En définitive, nous optons pour l'hypothèse selon laquelle il existe une prime incompressible qui ne s'explique ni par le risque systématique ni par le risque de défaut. Cette prime d'illiquidité ou d'anti-sélection pénalise les émissions corporate AAA par rapport aux emprunts d'Etat de même notation. En effet, les souches obligataires cotées des sociétés représentent des montants extrêmement réduits comparés à ceux des obligations assimilables du trésor. Par ailleurs, de par leurs contraintes réglementaires, certains investisseurs peuvent être incités à privilégier les emprunts d'Etat AAA aux dépens des obligations corporate. Enfin, la fiscalité favorise généralement les emprunts d'Etat, ce phénomène pouvant expliquer dans certains pays, comme aux Etats-Unis²⁸, une grande partie de l'écart de rémunération exigé par les investisseurs entre obligations corporate AAA et dette souveraine de même notation.

En retenant cette dernière hypothèse, et en paramétrant la prime AAA en sorte que soit minimisée la probabilité de défaut implicite pour l'ensemble des durées (1 an à 30 ans), alors « Π_A » représente approximativement 74 % de la différence entre le spread corporate AAA, sa composante systématique²⁹, et un taux de défaut de long terme.

²⁸ Elton Edwin, Martin Gruber, Deepak Agrawal et Christopher Mann, « Explaining the rate spread on corporate bonds », 2001, *Journal of Finance*, 56, 247-277.

²⁹ Nous retenons ici un coefficient « α » commun à toutes les échéances en sorte que : $\Pi_{A_t} = \alpha(S_{c_t} - \beta_t \Pi_{R_t})$.

Obligations corporate notées AAA (probabilités en tenant compte de la prime AAA résiduelle) :

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	S_c	Π_d	S_t	$E(D_t)$	S&P 2016*
1	1,3%	4,6%	0,06%	0,14%	0,21%	0,26%	0,05%	99,91%	0,09%	0,00%
2	2,1%	4,6%	0,10%	0,15%	0,25%	0,31%	0,06%	99,81%	0,19%	0,03%
3	2,8%	4,5%	0,13%	0,16%	0,28%	0,34%	0,06%	99,72%	0,28%	0,14%
4	3,4%	4,4%	0,15%	0,16%	0,31%	0,37%	0,06%	99,62%	0,38%	
5	3,9%	4,3%	0,17%	0,16%	0,33%	0,39%	0,06%	99,52%	0,48%	0,41%
6	4,5%	4,2%	0,19%	0,16%	0,35%	0,41%	0,06%	99,42%	0,58%	
7	4,9%	4,0%	0,20%	0,16%	0,36%	0,42%	0,06%	99,31%	0,69%	0,67%
8	5,4%	3,9%	0,21%	0,17%	0,38%	0,44%	0,06%	99,21%	0,79%	
9	5,9%	3,7%	0,22%	0,17%	0,39%	0,45%	0,06%	99,09%	0,91%	
10	6,3%	3,7%	0,23%	0,17%	0,40%	0,46%	0,06%	98,99%	1,01%	1,03%
15	8,3%	3,2%	0,27%	0,18%	0,45%	0,51%	0,06%	98,40%	1,60%	1,46%
20	10,0%	3,0%	0,30%	0,19%	0,49%	0,55%	0,07%	97,80%	2,20%	2,45%

Comme indiqué dans le tableau ci-dessus, la prime AAA qui correspondrait à la part du spread corporate qui n'est expliquée ni par le risque systématique (majoritaire) ni par le risque de défaut (égal à la moyenne historique), se situerait dans une fourchette comprise entre 14 points de base et 19 points de base, à fin 2015.

En fixant ainsi les montants des primes AAA, les probabilités de défaut implicites des notations A à CCC peuvent ensuite être estimées. Comme indiqué dans les six tableaux suivants, par cette approche, les probabilités de défaut implicites convergent vers les moyennes historiques pour les notes inférieures à BBB. En revanche, entre BBB et AA, les probabilités de défaut implicites semblent être sensiblement supérieures à ces moyennes.

Obligations corporate notées AA :

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	S_c	Π_d	S_t	D_t	S&P 2016*
1	1,6%	4,6%	0,07%	0,14%	0,22%	0,22%	0,00%	100,00%	0,00%	0,02%
2	2,6%	4,6%	0,12%	0,15%	0,27%	0,29%	0,02%	99,93%	0,07%	0,07%
3	3,4%	4,5%	0,15%	0,16%	0,31%	0,34%	0,03%	99,83%	0,17%	0,15%
4	4,1%	4,4%	0,18%	0,16%	0,34%	0,39%	0,05%	99,69%	0,31%	
5	4,8%	4,3%	0,20%	0,16%	0,37%	0,42%	0,06%	99,51%	0,49%	0,42%
6	5,4%	4,2%	0,22%	0,16%	0,39%	0,46%	0,07%	99,30%	0,70%	
7	6,0%	4,0%	0,24%	0,16%	0,41%	0,49%	0,08%	99,06%	0,94%	0,75%
8	6,5%	3,9%	0,26%	0,17%	0,42%	0,51%	0,09%	98,79%	1,21%	
9	7,1%	3,7%	0,26%	0,17%	0,43%	0,54%	0,10%	98,46%	1,54%	
10	7,6%	3,7%	0,28%	0,17%	0,45%	0,56%	0,11%	98,14%	1,86%	1,22%
15	10,0%	3,2%	0,32%	0,18%	0,50%	0,66%	0,16%	96,13%	3,87%	2,02%
20	12,1%	3,0%	0,36%	0,19%	0,55%	0,75%	0,20%	93,65%	6,35%	3,77%

Obligations corporate notées A :

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	S_c	Π_d	S_t	D_t	S&P 2016*
1	2,2%	4,6%	0,10%	0,14%	0,25%	0,43%	0,18%	99,70%	0,3%	0,06%
2	3,5%	4,6%	0,16%	0,15%	0,32%	0,57%	0,25%	99,17%	0,8%	0,16%
3	4,6%	4,5%	0,21%	0,16%	0,37%	0,67%	0,30%	98,51%	1,5%	0,30%
4	5,6%	4,4%	0,25%	0,16%	0,41%	0,75%	0,34%	97,74%	2,3%	
5	6,5%	4,3%	0,28%	0,16%	0,44%	0,82%	0,38%	96,88%	3,1%	0,72%
6	7,4%	4,2%	0,31%	0,16%	0,47%	0,89%	0,41%	95,95%	4,0%	
7	8,2%	4,0%	0,33%	0,16%	0,49%	0,94%	0,45%	94,93%	5,1%	1,35%
8	9,0%	3,9%	0,35%	0,17%	0,52%	1,00%	0,47%	93,86%	6,1%	
9	9,7%	3,7%	0,36%	0,17%	0,53%	1,05%	0,51%	92,67%	7,3%	
10	10,4%	3,7%	0,38%	0,17%	0,55%	1,09%	0,53%	91,51%	8,5%	2,51%
15	13,7%	3,2%	0,44%	0,18%	0,62%	1,29%	0,65%	84,96%	15,0%	5,07%
20	16,6%	3,0%	0,49%	0,19%	0,68%	1,45%	0,75%	77,83%	22,2%	8,66%

Obligations corporate notées BBB :

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	S_c	Π_d	S_t	D_t	S&P 2016*
1	2,5%	4,6%	0,11%	0,14%	0,26%	0,74%	0,48%	99,20%	0,8%	0,19%
2	4,0%	4,6%	0,18%	0,15%	0,34%	0,98%	0,65%	97,87%	2,1%	0,59%
3	5,2%	4,5%	0,24%	0,16%	0,39%	1,16%	0,76%	96,25%	3,7%	1,09%
4	6,3%	4,4%	0,28%	0,16%	0,44%	1,31%	0,86%	94,42%	5,6%	
5	7,3%	4,3%	0,32%	0,16%	0,48%	1,43%	0,94%	92,43%	7,6%	2,60%
6	8,3%	4,2%	0,35%	0,16%	0,51%	1,54%	1,02%	90,30%	9,7%	
7	9,2%	4,0%	0,37%	0,16%	0,54%	1,64%	1,09%	88,06%	11,9%	4,48%
8	10,1%	3,9%	0,40%	0,17%	0,56%	1,73%	1,15%	85,74%	14,3%	
9	10,9%	3,7%	0,41%	0,17%	0,58%	1,82%	1,22%	83,29%	16,7%	
10	11,7%	3,7%	0,43%	0,17%	0,60%	1,90%	1,27%	80,88%	19,1%	7,83%
15	15,4%	3,2%	0,50%	0,18%	0,68%	2,24%	1,52%	68,36%	31,6%	15,88%
20	18,7%	3,0%	0,55%	0,19%	0,74%	2,52%	1,73%	56,26%	43,7%	23,12%

Obligations corporate notées BB :

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	S_c	Π_d	S_t	D_t	S&P 2016*
1	5,1%	4,6%	0,23%	0,14%	0,38%	1,40%	1,02%	98,32%	1,7%	0,80%
2	8,1%	4,6%	0,37%	0,15%	0,53%	1,86%	1,32%	95,69%	4,3%	2,74%
3	10,7%	4,5%	0,48%	0,16%	0,64%	2,19%	1,54%	92,61%	7,4%	5,40%
4	12,9%	4,4%	0,57%	0,16%	0,73%	2,47%	1,71%	89,22%	10,8%	
5	15,0%	4,3%	0,65%	0,16%	0,81%	2,70%	1,86%	85,62%	14,4%	12,07%
6	17,0%	4,2%	0,71%	0,16%	0,87%	2,91%	2,00%	81,89%	18,1%	
7	18,8%	4,0%	0,76%	0,16%	0,93%	3,10%	2,13%	78,04%	22,0%	19,27%
8	20,6%	3,9%	0,81%	0,17%	0,98%	3,27%	2,24%	74,17%	25,8%	
9	22,3%	3,7%	0,83%	0,17%	1,00%	3,43%	2,36%	70,14%	29,9%	
10	24,0%	3,7%	0,88%	0,17%	1,05%	3,58%	2,46%	66,34%	33,7%	29,84%
15	31,5%	3,2%	1,02%	0,18%	1,20%	4,23%	2,92%	48,21%	51,8%	47,24%
20	38,2%	3,0%	1,13%	0,19%	1,32%	4,75%	3,29%	33,37%	66,6%	59,13%

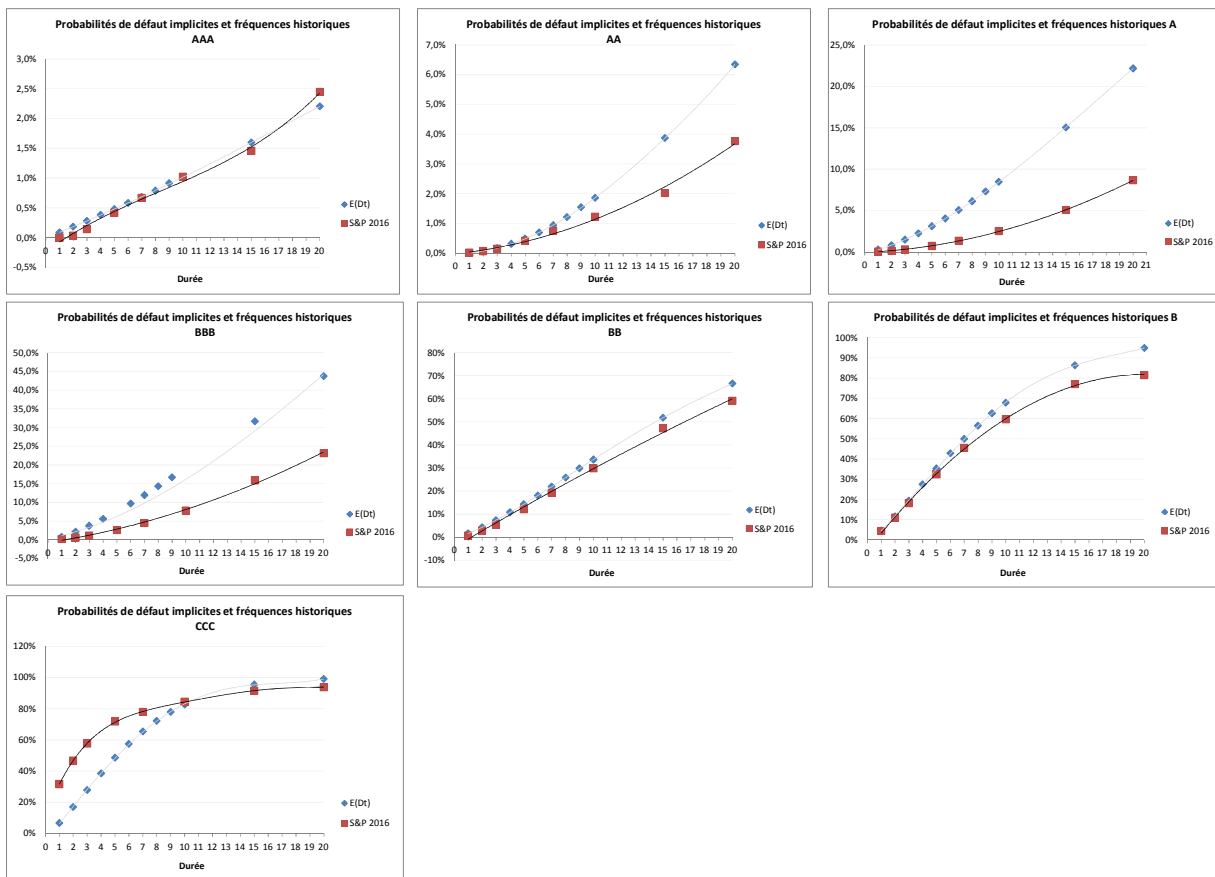
Obligations corporate notées B :

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	S_c	Π_d	S_t	D_t	S&P 2016*
1	9,2%	4,6%	0,42%	0,14%	0,57%	3,50%	2,89%	95,30%	4,7%	4,28%
2	14,7%	4,6%	0,67%	0,15%	0,83%	4,65%	3,73%	88,30%	11,7%	10,95%
3	19,3%	4,5%	0,87%	0,16%	1,03%	5,48%	4,33%	80,54%	19,5%	18,16%
4	23,4%	4,4%	1,03%	0,16%	1,19%	6,17%	4,81%	72,57%	27,4%	
5	27,2%	4,3%	1,17%	0,16%	1,33%	6,75%	5,22%	64,73%	35,3%	32,31%
6	30,7%	4,2%	1,28%	0,16%	1,45%	7,28%	5,59%	57,20%	42,8%	
7	34,1%	4,0%	1,38%	0,16%	1,54%	7,75%	5,92%	50,11%	49,9%	45,53%
8	37,3%	3,9%	1,46%	0,17%	1,63%	8,18%	6,23%	43,58%	56,4%	
9	40,3%	3,7%	1,50%	0,17%	1,68%	8,58%	6,54%	37,48%	62,5%	
10	43,3%	3,7%	1,59%	0,17%	1,76%	8,96%	6,80%	32,19%	67,8%	59,55%
15	56,9%	3,2%	1,84%	0,18%	2,02%	10,57%	7,97%	13,63%	86,4%	76,99%
20	69,0%	3,0%	2,04%	0,19%	2,23%	11,89%	8,92%	5,11%	94,9%	81,46%

Obligations corporate notées CCC :

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	S_c	Π_d	S_t	D_t	S&P 2016*
1	20,8%	4,6%	0,96%	0,14%	1,11%	5,43%	4,20%	93,24%	6,8%	31,65%
2	27,5%	4,6%	1,26%	0,15%	1,42%	7,20%	5,57%	83,07%	16,9%	46,77%
3	33,2%	4,5%	1,51%	0,16%	1,66%	8,50%	6,52%	72,17%	27,8%	57,62%
4	38,4%	4,4%	1,69%	0,16%	1,85%	9,55%	7,30%	61,47%	38,5%	
5	43,2%	4,3%	1,86%	0,16%	2,02%	10,46%	7,96%	51,52%	48,5%	71,68%
6	47,6%	4,2%	1,99%	0,16%	2,15%	11,27%	8,54%	42,55%	57,4%	
7	51,9%	4,0%	2,10%	0,16%	2,26%	12,00%	9,08%	34,66%	65,3%	77,78%
8	56,0%	3,9%	2,20%	0,17%	2,37%	12,67%	9,57%	27,93%	72,1%	
9	59,9%	3,7%	2,24%	0,17%	2,41%	13,29%	10,06%	22,12%	77,9%	
10	63,8%	3,7%	2,34%	0,17%	2,51%	13,88%	10,46%	17,49%	82,5%	84,31%
15	81,4%	3,2%	2,64%	0,18%	2,82%	16,37%	12,27%	4,65%	95,3%	91,44%
20	97,4%	3,0%	2,88%	0,19%	3,07%	18,41%	13,72%	1,03%	99,0%	93,76%

Les probabilités de défaut implicites en fonction de la notation et de la durée résiduelle peuvent être représentées par les graphiques suivants où l'on remarque que les concavités ou les convexités des courbes de probabilités implicites coïncident avec celles des courbes historiques :



Nous observons que la supériorité des probabilités de défaut implicites (« physiques ») par rapport aux taux de défaut historiques est un phénomène qui a déjà été observé pour les notes investment grade dans les travaux de Davidenko et al. en 2003. Tout comme dans ces travaux, les écarts pour les notations spéculatives sont en revanche restreints. Rappelons que ces résultats avaient été obtenus par un modèle de type structurel suivant une approche totalement différente de celle que nous avons mise en œuvre. Par conséquent, la confirmation de ce résultat semble indiquer que les spreads sur les obligations investment grade peuvent se révéler excessifs par rapport au risque systématique et au risque de défaut des titres concernés.

Nous avons formé l'hypothèse que la prime résiduelle des émissions AAA résulte d'un processus d'anti-sélection, les souches corporate présentant des niveaux de liquidité réduits comparés aux emprunts d'états, lesquels sont assimilables et bénéficient par ailleurs d'une fiscalité sans doute favorable tant en Europe, qu'aux Etats-Unis. Cette prime d'anti-sélection est ensuite supposée commune à toutes les catégories de notation. En revanche pour les autres notations investment grade, il est possible d'envisager l'existence de primes complémentaires par les mécanismes suivants :

- sur une échelle de notation de 1 à 23, de la plus faible (D) à la meilleure (AAA), on observe que la note est corrélée négativement à la taille de l'émetteur et à celle de l'émission. Par conséquent, les spreads en fonction de la note reflètent en partie un effet taille et liquidité. Par exemple, pour la notation BBB, selon nos calculs, à taille et liquidité moyennes identiques à celles de la population des obligations AAA, l'espérance de spread se situe à 1,57 % pour la maturité de 10 ans, (contre 1,90 %) ce qui ramène la probabilité de défaut implicite à 14,6 % contre 19,2 % précédemment avec les paramètres moyens de la classe de notation BBB. En conséquence, même après correction des effets taille et liquidité, la probabilité de défaut implicite demeurerait encore

deux fois supérieure au taux de défaut historique. Cette explication ne semble donc pas suffisante pour expliquer la sur-rémunération apparente des spreads investment grade à fin 2015 ;

- Nous privilégions par conséquent l'hypothèse selon laquelle il existe un spread complémentaire venant s'ajouter à la prime résiduelle AAA, ne s'expliquant pas par la liquidité/taille, ni par le risque systématique, ni par le risque de défaut. Ce spread compris entre 60 et 80 points de base pour les obligations BBB de maturités comprises entre 5 et 10 ans pourrait résulter de l'influence de la tarification des banques dans la mesure où elles initient les émissions obligataires et où elles-mêmes y souscrivent en partie. En effet, leurs marges d'intermédiation doivent assurer la rémunération des fonds propres réglementaires qu'elles immobilisent pour leur activité de prêts. Or leurs comptes d'exploitation et leurs contraintes réglementaires les obligent selon toute vraisemblance à exiger une marge additionnelle par rapport à la simple rémunération du risque de défaut et du risque systématique. La comparaison des spreads obligataires et des marges d'intermédiation aux Etats-Unis révèle d'ailleurs l'existence d'un spread bancaire additionnel significatif, de l'ordre de 240 points de base³⁰ à garanties comparables. Nous formons l'hypothèse qu'il en existe également un en Europe.

Pour tester cette hypothèse supposons que le spread de crédit BBB à dix ans, égal selon nos calculs à 1,90 %, incorpore une prime de 0,49 % qui correspond à une probabilité de défaut implicite de 7,8 %, égale au taux historique pour une dette senior chirographaire, avec une probabilité de recouvrement de 40 %. Quel serait le spread requis par une banque pour financer ce type de prêts ? Pour répondre à cette question il convient de fixer un niveau cible de rémunération des fonds propres de la banque en supposant que son espérance de ROE soit égale à l'espérance de rémunération d'une action de la banque pour un investisseur. Pour ce faire, retenons les paramètres suivants :

- un bêta bancaire de l'ordre de 1,25, soit le niveau constaté par exemple par le bureau Fairness Finance au cours de l'année 2015 (à partir de 36 mois de rendements historiques en constituant un portefeuille d'actions de 39 établissements cotés européens) ;
- un taux sans risque à 10 ans allemand égal à 0,56 % et une prime résiduelle AAA de 0,17 % ;
- une prime de risque du marché actions au sens du MEDAF de 4,23 % par rapport au rendement 10 ans du Bund.

L'espérance de rendement des fonds propres bancaires s'établirait ainsi à 6,02 %, hors primes de risque pour biais d'optimisme et de non prise en compte du risque de défaut (de l'établissement bancaire lui-même).

Une fois le niveau de ROE cible fixé, il suffit maintenant de reconstituer le compte d'exploitation simplifié lié à une activité de crédit, à croissance nulle. Supposons que le pourcentage de capitaux propres réglementaires immobilisés par rapport à un encours de crédits intermédiés (ou obligataires) portés par une banque soit de 8 %, (compris entre 6 % et 10 %), alors pour espérer un rendement net des fonds propres de 6,02 %, il convient de dégager un résultat net de 48 points de base. Comme indiqué dans le tableau ci-après, en retenant un coefficient d'exploitation de 60 %, le spread bancaire par rapport au Bund 10 ans s'établit à 3,25 %, ce qui est en définitive supérieur de près de 136 points de base à celui exigé sur

³⁰ Schwert, Michael, Is Borrowing from Banks More Expensive than Borrowing from the Market? (October 25, 2017). Fisher College of Business Working Paper No. 2017-03-23. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3059607>

le marché obligataire à fin 2015. Cet écart serait ramené à 95 points de base avec un ratio de fonds propres de 6 % et inversement, serait porté à 177 points de base avec un ratio de 10 %.

ROE et compte d'exploitation cibles		Marge d'intermédiation cible et spread vs Bund	
Encours de crédit	100,000	Taux prêteur brut / encours	3,40%
Fonds propres	6,000	Taux sans risque <i>rf</i>	0,56%
Passif	94,000	Spread vs <i>rf</i> (bund)	2,84%
Produit brut	3,404	Taux prêteur brut / encours	3,40%
Coût de la ressource	-0,940	Espérance de taux de défaut / encours	-0,47%
PNB	2,464	Espérance de rendement de l'encours	2,93%
Frais de fonctionnement	-1,478	Taux sans risque <i>rf</i>	0,56%
Coefficient d'exploitation	60,0%	Espérance de spread net de défaut	2,37%
RBE	0,986	Taux sans risque Bund 10 ans <i>rf</i>	0,56%
Coût des Défaits **	-0,470	Marge interbancaire	0,44%
En % du PNB	-19,1%	Coût de la ressource	1,00%
RAI	0,516	Eribor 1 an au 31/12/15	0,06%
IS	-0,155	Bund 1 an	-0,38%
RN	0,361	Marge interbancaire	0,44%
ROE	6,02%	Espérance de rendement des fonds propres bancaires	
		Bêta	1,25
		Prime de risque Medaf Π_R	4,23%
		Taux sans risque 10 ans	0,56%
		Prime AAA Π_A	0,17%
		E(KL)	6,02%

** $1/10^e$ de l'encours x taux de défaut x (1-R)

Ainsi, il suffirait que les établissements de crédit représentent une proportion comprise entre la moitié et les deux tiers des investisseurs finaux en obligations cotées, pour expliquer, semble-t-il, l'existence d'un spread résiduel de 80 points de base sur le marché obligataire à fin 2015³¹, pour les émissions de notation BBB et d'échéance 10 ans (en supposant qu'à cette date, l'anticipation de défaut à 10 ans soit proche de la moyenne observée sur longue période). L'influence des banques sur les spreads non investment grade serait en revanche plus limitée. Ce segment correspond essentiellement à un marché secondaire, à la différence de celui de l'investment grade correspondant à un marché primaire et secondaire. Il serait intéressant de tester cette hypothèse en vérifiant que les spreads investment grade assurent le plus souvent un complément de rémunération au-delà du risque de défaut et du risque systématique, alors que sur le segment non investment grade, les spreads seraient plus libres de varier, ne couvrant pas nécessairement les niveaux moyens de risque systématique et de défaut.

Quoi qu'il en soit, si l'existence d'une telle sur-rémunération était confirmée sur le segment investment grade, il y aurait là un effet d'aubaine pour les investisseurs particuliers et pour tous ceux qui ne sont pas soumis à une exigence de fonds propres. Le développement rapide de plateformes de crowdfunding et le recul plus général de l'intermédiation bancaire pourraient d'ailleurs être les indices d'un tel écart de rémunération. La confirmation de la plus grande efficacité du marché obligataire, tant du point de vue de l'investisseur que de celui de l'emprunteur, viendrait ainsi s'ajouter à l'argument de l'utilité de ce canal de financement comme relais à l'intermédiation bancaire pour éviter les credit-crunches et favoriser la reprise. Cette question prend une acuité toute particulière depuis la grande crise de 2008-2009³².

³¹ Le niveau insuffisant des spreads obligataires pour rémunérer les fonds propres bancaires serait compensé par les commissions de montage perçues par les banques, par ailleurs souscripteurs d'une partie des dites émissions obligataires.

³² Grjebine, Thomas and Szczerbowicz, Urszula and Tripiet, Fabien, Corporate Debt Structure and Economic Recoveries (October 2017). Banque de France Working Paper No. 646. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3057390>

4 Conclusion

Les résultats auxquels nous aboutissons corroborent d'une façon totalement différente des résultats obtenus antérieurement par un modèle mertonien. A la différence toutefois des approches dites structurelles, celle que nous retenons est ici en droite filiation du MEDAF, i.e. établie en univers averse au risque. Elle repose sur un modèle à intensité qui ne présuppose pas de la façon d'estimer la distance au défaut et qui, pour cette raison, ne restreint pas cette question aux seules entreprises endettées. Par ailleurs, elle constitue une première tentative concrète de réunion, au sein du MEDAF, de modèles d'évaluation d'obligations et d'actions. Elle comporte ainsi une dimension prospective dans la mesure où elle s'appuie sur un modèle d'estimation du coût implicite du capital pour le calcul d'une prime de risque anticipée. Le perfectionnement de cette composante prospective, par l'adjonction d'un modèle totalement endogène du risque de crédit, i.e. lui aussi basé sur les prévisions des analystes, est une piste de recherche complémentaire que nous avons commencé à explorer dans un précédent article. Ce dernier, au travers du coût du capital, traite du risque de prévision³³, i.e. de l'adéquation entre frais fixes et marge sur coût variables, qui est la question fondamentale du risque de défaut.

Pour parvenir à déduire des spreads de crédit les probabilités de défaut anticipées par les investisseurs, nous avons conçu un modèle plus large de calcul du coût implicite du capital. En effet, les actions et les obligations sont des titres financiers risqués et il faut, selon nous, les appréhender conjointement, conformément au MEDAF. Leur évaluation disjointe est purement intellectuelle et très artificielle. Il semble d'ailleurs qu'une telle dichotomie engendre des anomalies de marché. Si tel était le cas, ceci créerait un effet d'aubaine pour l'investisseur, ce qui peut sembler quelque peu anachronique dans une économie financière moderne, mais pourrait s'expliquer par l'existence d'un secteur réglementé dominant dans le domaine du crédit en Europe. Il semble donc intéressant de poursuivre l'investigation de cette hypothèse d'anomalie de marché, sa compréhension et les avantages qu'on peut en tirer étant en soi des sujets de recherche.

³³ Clère, Roland, "After Modigliani, Miller and Hamada; A New Way to Estimate Cost of Capital?" (Après Modigliani, Miller et Hamada: une nouvelle façon d'estimer le coût du capital?) (November 23, 2016). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2868702>

5 Références bibliographiques

Altman, Edward I., 2000, "Predicting financial distress of companies: Revisiting the z-score and ZETAc models", Working paper, New York University.

Altman, Edward I., Vallore, Kishore M., "Almost Every Thing You Wanted to Know about Recoveries on Defaulted bonds", Financial Analysts Journal, November/December 1996.

Altman, Edward I., Hukkawala Naeem, Vallore, Kishore M., "Report on Defaults & Returns on High Yield Bonds: Analysis through 1999 and Default Outlook for 2000-2002", New York University - Salomon Center, January 2000.

Blume Marshall E., Keim Donald B., "The Risk and Return of Low-Grade Bonds: An Update", Financial Analysts Journal, Vol. 47, No. 5 (Sep. - Oct., 1991), pp. 85-89.

Choi, Jaewon and Richardson, Matthew P., "The Volatility of a Firm's Assets and the Leverage Effect (August 1, 2015)". AFA 2010 Atlanta Meetings Paper. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1359368>

Cahn, Christophe, Girotti, Mattia and Salvadè, Federica, "Coarse Credit Ratings, Corporate Financing, and Real Outcomes" (November 17, 2017). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3072891>

Clère, Roland, "After Modigliani, Miller and Hamada; A New Way to Estimate Cost of Capital?" (Après Modigliani, Miller et Hamada : une nouvelle façon d'estimer le coût du capital ?) (November 23, 2016). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2868702>

Cooper, Ian A. and Davydenko, Sergei A., "Using Yield Spreads to Estimate Expected Returns on Debt and Equity", (December 2003). London Business School IFA Working Paper; EFA 2003 Annual Conference Paper No. 901. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=387380>

Damodaran, Aswath, "The Cost of Distress: Survival, Truncation Risk and Valuation" (January 2006). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=887129>

Damodaran, Aswath, Leases, "Debt and Value" (April 14, 2009). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1390280>

Damodaran, Aswath, "Valuing Declining and Distressed Companies" (June 23, 2009). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1428022> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1428022>

Davydenko, Sergei A. and Franks, Julian R., "Do Bankruptcy Codes Matter? A Study of Defaults in France, Germany and the UK (September 2006)". EFA 2005 Moscow Meetings Paper; ECGI - Finance Working Paper No. 89/2005; WFA 2005 Portland Meetings Paper; AFA 2005 Philadelphia Meetings Paper. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=647861>

Duan, Jin-Chuan and Sun, Jie and Wang, Tao, "Multiperiod Corporate Default Prediction - A Forward Intensity Approach" (May 16, 2012). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1791222>

Elton Edwin, Martin Gruber, Deepak Agrawal et Christopher Mann, "Explaining the rate spread on corporate bonds", 2001, Journal of Finance, 56, 247-277.

Fernandez, Pablo, "Equivalence of Ten Different Methods for Valuing Companies by Cash Flow Discounting" (October 11, 2003). EFMA 2004 Basel Meetings Paper. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=367161>

Gabillon, Jean Claude and Germain, Laurent, Risky Debt Dynamic, Jumps and Optimal Financial Policy (October 2006). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=938148>

Grjebine, Thomas and Szczerbowicz, Urszula and Tripier, Fabien, “Corporate Debt Structure and Economic Recoveries” (October 2017). Banque de France Working Paper No. 646. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3057390>

Hull, John C. and Predescu, Mirela and White, Alan, Bond Prices, “Default Probabilities and Risk Premiums” (March 9, 2005). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2173148>

Jarrow Robert A.; Turnbull Stuart M. “Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk”, The Journal of Finance, Vol. 50, No. 1. (Mar., 1995), pp. 53-85.

Kaserer, Christoph and Berg, Tobias, Estimating Equity Premia from CDS Spreads (November 2008). EFA 2009 Bergen Meetings Paper. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1019279>

Rossi, Alice and Vismara, Silvio, “What Do Crowdfunding Platforms Do? A Comparison between Investment-Based Platforms in Europe” (June 1, 2017). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2988965>

Ruback, Richard S., “Valuation When Cash Flow Forecasts are Biased” (October 14, 2010). Harvard Business School Finance Working Paper No. 11-036. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1688524> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1688524>

Schwert, Michael, “Is Borrowing from Banks More Expensive than Borrowing from the Market?” (October 25, 2017). Fisher College of Business Working Paper No. 2017-03-23. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3059607>